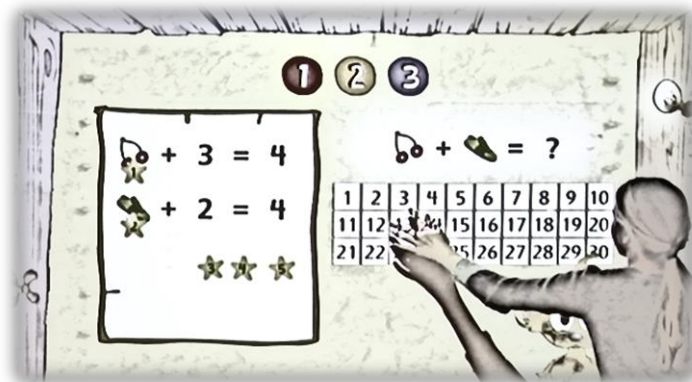


## Læremidler og arbeidsformer i algebra på mellomtrinnet

### En casestudie i prosjektet ARK&APP, matematikk, 5. klasse

MARGRETHE NAALSUND (NMBU), JAN ARILD DOLONEN (UiO) OG ANDERS KLUGE (UiO)



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet



UiO : Universitetet i Oslo

© MARGRETHE NAALSUND, JAN ARILD DOLONEN OG ANDERS KLUGE

2015

ISBN: 978-82-569-7016-2 (trykt)

ISBN: 978-82-569-7017-9 (elektronisk)

Trykk: Reprosentralen, UiO

Web-versjon tilgjengelig på <http://www.udir.no>

## FORORD

Utdanningsdirektoratet har lyst ut oppdraget med forskning på læremidler på oppdrag fra Kunnskapsdepartementet. En av utfordringene er å få kunnskap om hvordan læremidler bidrar til ulike former for læringsprosesser for å nå kompetansemålene i læreplanen for fagene i skolen.

Institutt for pedagogikk (IPED) ved Det utdanningsvitenskapelige fakultet (Universitetet i Oslo, UiO) er ansvarlig for denne forskningen i et treårig prosjekt på oppdrag fra Utdanningsdirektoratet.

Formålet med forskningsprosjektet er å få økt kunnskap om hvilken betydning læremidlene har for undervisning og læring etter kompetansemålene i gjeldende læreplaner. Prosjektet undersøker ulike praksiser i klasserommet i fire fag: matematikk, naturfag, engelsk og samfunnsfag. I alt gjennomføres det 12 casestudier på tre ulike nivåer i grunnutdanningen (mellomtrinnet, ungdomsskole og videregående skole).

Vi takker alle lærere, elever samt skoleledere og skoleeiere som har deltatt i casen i denne rapporten. Gjennom deltakelsen har dere gitt oss mulighet til å få innsikt i hvilken rolle trykte og digitale læremidler spiller i planlegging, gjennomføring og evaluering av undervisning.

Vi takker også Utdanningsdirektoratet for konstruktiv oppfølging og deres eksternt oppnevnte forsker Tom Wikman ved Åbo Akademi og eksternt leser Ole-Johan Eikeland for nyttige kommentarer til arbeidet.

Vi håper at disse delrapportene kan være av interesse for både forskere, lærere, skoleledere, beslutningstakere og andre som jobber med problemstillinger knyttet til hvordan lærere og elever arbeider med læremidler.

Prosjektet har en egen styringsgruppe som er ledet av professor Sten Ludvigsen ved Universitetet i Oslo. Prosjektet *ARK&APP* ledes av forsker Øystein Gilje ved UiO.



Prosjektleder  
Øystein Gilje



Leder av styringsgruppa  
Sten Ludvigsen

Oslo, desember, 2015.





## Læremidler og arbeidsformer i algebra på mellomtrinnet

En casestudie i prosjektet *ARK&APP*, matematikk, 5. klasse.

### Innholdsfortegnelse

Sammendrag .....	7
Summary.....	9
1 Innledning .....	11
1.1 Beskrivelse av casen.....	12
1.2 Kompetansemål og undervisningsforløpet.....	12
2 Læremidler, læring og undervisning.....	14
2.1 Matematisk kompetanse og affektive faktorerers rolle i læreprosessen .....	14
2.2 Undervisning og bruk av læremidler i norske matematikklærerom – hva vet vi? .....	16
2.3 Læring og undervisning av algebra på barne- og mellomtrinn .....	18
2.4 Oppsummering.....	22
3 Feltarbeid, data og metode.....	23
3.1 Data og beskrivelse av feltarbeidet.....	23
3.1.1 Beskrivelse av casen .....	23
3.1.2 Beskrivelse av data.....	25
3.1.3 Beskrivelse av læremidler og læringsressurser.....	26
3.2 Analyser av data.....	27
4 Resultater .....	28
4.1 Arbeidsformer og læremidler.....	28
4.2 Bruk av læremidler og ressurser .....	30
4.2.1 Helklassesamtale og interaktiv tavle .....	31
4.2.2 PC-spill og elevsamarbeid .....	37
4.3 Engasjement og læringsutbytte.....	41
4.3.1 Resultater fra pre- og posttester.....	42
4.4 Oppsummering av funn.....	44

5	Drøfting av funn.....	44
5.1	Bruk av digitale læremidler på interaktiv tavle i helklasse.....	46
5.2	Bruk av PC-spill i par-arbeid.....	48
5.3	Konklusjon.....	50
	Referanser.....	53
	Vedlegg 1a: Definisjon av læremidler, teori og forskningsdesign .....	59
	Vedlegg 1b: Guide til bruk av observasjonsskjema og observasjonsnotat .....	62
	Vedlegg 1c: Intervjuguide.....	66
	Referanser til vedlegg 1.....	68
	Vedlegg 2: Pre- og posttest.....	69

## Sammendrag

I forskningsprosjektet *ARK&APP* (2013–2015) blir det gjennomført to kvantitative og 12 kvalitative casestudier. Lærerens valg og bruk av læremidler og læringsressurser samt elevenes valg av læringsressurser er sentralt i prosjektet *ARK&APP*. Caserapportene studerer spesielt hvordan læremidler og læringsressurser benyttes i avgrensede undervisningsforløp, ved å legge vekt på den funksjonen de har i interaksjonen mellom lærer og elev, og hvordan de skaper engasjement og læring hos elevene.

Rapporten som her foreligger, beskriver det siste av tre casestudier i matematikk, og ble gjennomført som det ellefte av i alt 12 caser i prosjektet *ARK&APP*. Feltarbeidet er gjennomført på en barneskole, 1.–7. trinn, på Østlandet over en treukers periode i desember 2014. Vi fulgte en klasse på 5. trinn bestående av 23 elever (11 gutter og 12 jenter) og deres lærer. Temaet for undervisningen var algebra. Tre forskningsspørsmål er grunnleggende for analysen:

- Hvordan benyttes læremidlene i undervisningsopplegget?
- Hvilken funksjon har bruken av læremidlene i interaksjonen mellom lærer og elever?
- Hvordan bidrar bruk av læremidlene til engasjement og læring hos elever?

Data ble samlet inn ved hjelp av pre- og posttester, videoobservasjon av til sammen sju undervisningsøkter og intervjuer med lærer og seks elever. Læreboka, *Matemagisk* fra Aschehoug, spilte en rolle som grunnressurs gjennom hele undervisningen. Elevene jobbet mye individuelt med oppgaver fra læreboka. Den digitale tavleressursen fra det samme læreverket var en viktig ressurs som ga grunnlag for utforskende samtaler i helklasseundervisning. Algebraspill på PC ble brukt som en variasjon i oppgavetreningen knyttet til faginnholdet. Vår analyse fokuserte spesielt på 1) bruken av digitale tavleressurser på interaktiv tavle og hvilken funksjon bruken av læremidlene hadde i interaksjonen mellom lærer og elever i helklassesamtaler, og 2) bruken av to ulike algebraspill på PC («Symbolenes verden» fra Salaby og «Bike Racing Math Algebra Game» fra Math Nook) og hvilken funksjon hvert av disse spillene hadde i interaksjonen mellom elever i et par-samarbeid. Vi har brukt Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) sin definisjon av matematisk kompetanse som rammeverk for analysene. Begrepet defineres gjennom fem delkompetanser (begrepsforståelse, prosedyreferdigheter, anvendelse, resonnement og engasjement) som er

tett sammenvevde og avhengige av hverandre i læreprosessen. God læring i matematikk innebærer å utvikle disse fem delkompetansene i et tett samspill.

Analysene viser at læreren i casen la til rette for begrepslæring ved å skape et godt miljø for gode helklassesamtaler der elevene fikk mulighet til å forklare, stille spørsmål og fikk noe tid til undring. For det andre observerte vi at helklassesamtalen foregikk rundt et bredt spekter av visuelle representasjoner på interaktiv tavle, ofte med basis i en hverdagslig kontekst som også ga et tydelig engasjement. For det tredje hadde læreren et tydelig fokus på kjernebegreper i algebra (variabel og ekvivalens), og mange av de visuelle representasjonene og samtalene var knyttet til disse begrepene. Læreren la til rette for en dypere og mer helhetlig forståelse av algebraen, og også for at elevene skulle se sammenhenger mellom ulike framgangsmåter og gi mening til symbolmanipulasjoner.

Begge PC-spillene som ble brukt, skapte en tydelig entusiasme, og de alternative representasjonene stimulerte både til nysgjerrighet hos elevene og til aktivitet. Spillene hadde en fokuserende effekt for samarbeidet i parene, der oppmerksomheten ble rettet mot et felles objekt på skjermen. I motorsykkelspillet fra Math Nook får elevene trening i prosedyrer de allerede behersker, eller delvis behersker, men når de blir utfordret på noe som krever en annen prosedyre, stopper det opp. Konkurransesystemet koblet med tid gir ikke plass til å resonnerer eller å diskutere løsningsmuligheter. I Salaby-spillet, derimot, er det plass for resonnering, og dataene tyder på at de alternative symbolene sammen med de interaktive mulighetene gir elevene en noe mer tilgjengelig inngang til algebra, på en måte som kan gjøre algebraiske aktiviteter mer meningsfulle. Spillet inneholder rike muligheter for å øve forståelsen av variabler samt betydningen av strukturer og operasjoner hvor variablene inngår. Spillet kan dermed sies å øve en større bredde av matematiske kompetanser (Kilpatrick et al., 2001) enn motorsykkelspillet.

Elevene hadde stor framgang fra pretest til posttest, og siden oppgavene i testene i stor grad vektla forståelse av sentrale begreper, kan man anta at det har skjedd viktig læring i denne undervisningsperioden. Denne casen viser hvordan man kan øve et bredt spekter av sentrale matematiske kompetanser – begrepsforståelse, resonnering, prosedyreferdigheter og engasjement – ved bruk av ulike undervisningsmetoder, arbeidsmåter og læremidler. Casen viser dermed også hvordan man kan gjøre algebra til en mer meningsfull aktivitet enn om man benytter dokumentert tradisjonell praksis.



## Summary

Within the frame of the research project *ARK&APP* (2013–2015) two quantitative surveys and 12 qualitative case studies are conducted. The present case study is the third of three case studies in Mathematics, and the 11<sup>th</sup> of 12 case studies in total. Three research questions have guided the study:

- How are educational resources used in teaching practices?
- What role do various educational resources play in interactions between students and their teacher?
- How do educational resources foster engagement and learning among students?

The study here presented was conducted in December 2014 in a Norwegian primary school. Our researchers observed one teacher and one group of 23 5<sup>th</sup> grade students (11 boys and 12 girls) in all of their Mathematics lessons for three consecutive weeks. The topic was Algebra.

The data collected includes pre- and post-tests evaluating students' learning outcomes, observations and video recordings of various forms of classroom interactions as well as interviews with the students of the focus groups and the teacher. The textbook used, *Matemagisk* from Aschehoug, was the main resource throughout the observed three weeks of teaching. The students spent much time working individually with textbook tasks. The digital resource (based on the textbook) for interactive whiteboards, gave basis for exploratory conversations in full-group teaching. Algebra computer games created a variation in working with algebra tasks. In particular, the analysis focused on 1) the use of digital educational resources on an interactive whiteboard and the role of these resources in interactions between students and the teacher in whole-group conversations, and 2) the use of two different algebra computer games ("Symbolenes Verden" from Salaby and "Bike Racing Math Algebra Game" from Math Nook), and the role of these games in the interaction between students collaborating in pairs. We have used Kilpatrick, Swafford, & Findell's (2001) model for mathematical proficiency as a framework for the analysis. Mathematical proficiency has five strands (conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning, and productive disposition) that are interwoven and interdependent in the development of proficiency in mathematics.

The teacher facilitated the students' conceptual learning by 1) creating a safe environment for whole-group conversations where the students' were encouraged to explain, justify, ask questions, and given some time to reason. 2) The whole-group conversations were centred around visual representations on an interactive whiteboard, which the students found engaging, and 3) the teacher focused on important algebra concepts, such as variable and equivalence, and most of the visual representations and the discussions were related to these concepts. The teacher facilitated for a deeper and more connected understanding of algebra, making algebraic manipulations more meaningful.

The two algebra computer games used in the case, created a clear enthusiasm among the students, and the alternative representations stimulated curiosity as well as engagement in the activity. The students collaborated closely when working together in pairs on the computer. In the motorbike-game from Math Nook, the students practiced procedural skills, but first and foremost procedures they were already familiar with. The element of competition and time pressure gave no possibilities for reasoning and for discussing alternative solutions. In the Salaby-game, however, mathematical reasoning was a central element. The data suggest that the alternative representations combined with the interactive possibilities gave the students opportunities for a deeper conceptual understanding of variables and for structures and procedures where variables are included.

The students performed significantly better on the post-test than they did on the pre-test. Since most of the test-tasks emphasised conceptual understanding, we can assume that important learning has occurred during the three weeks of observed algebra teaching. This case illuminates how central elements of mathematical proficiency – conceptual understanding, adaptive reasoning, procedural fluency and productive disposition – can be practiced by using different teaching methods and educational resources, hence providing insights into how algebra in school can become a more meaningful activity than what has been documented as traditional practice.

## 1 Innledning

I forskningsprosjektet *ARK&APP* (2013–2015) blir det gjennomført to kvantitative spørreundersøkelser og 12 kvalitative casestudier i til sammen fire fag: matematikk, naturfag, samfunnsfag og engelsk. Lærerens valg og bruk av læremidler og læringsressurser samt elevenes valg av læringsressurser er sentralt i prosjektet. Caserapportene studerer spesielt hvordan læremidler og læringsressurser benyttes i avgrensede undervisningsforløp, ved å legge vekt på den funksjonen de har i interaksjonen mellom lærer og elev, og hvordan de skaper engasjement og læring hos elevene.

Rapporten som her foreligger, beskriver det siste av til sammen tre caser i matematikk. Som i de to foregående rapportene<sup>1</sup> fokuserer også denne casen på emneområdet algebra. Casen er gjennomført vinteren 2014 i en klasse på 5. trinn på Østlandet. Tre hovedspørsmål er grunnleggende for analysen:

- Hvordan benyttes læremidlene i undervisningsopplegget?
- Hvilken funksjon har bruken av læremidler i interaksjonen mellom lærer og elever?
- Hvordan bidrar bruk av læremidlene til engasjement og læring hos elever?

Denne rapporten gir først en kort beskrivelse av casen som er gjennomført, og av kompetansemål som inngår i undervisningsopplegget. I kapittel 2 presenteres nasjonal og internasjonal forskning relevant for rapportens fokus og forskningsspørsmål. Det tredje kapitlet redegjør for forskningsdesign, datainnsamling og metoder. Kapittel 4 presenterer funnene. Her ser vi på hvordan ulike typer læremidler blir brukt i undervisningen, hvilken funksjon læremidlene hadde i interaksjonen mellom læreren og elevene og mellom elevene, og hvordan bruken av læremidler bidro til deltagelse, engasjement og læring hos elevene. Avslutningsvis, i kapittel 5, diskuteres de empiriske funnene fra kapittel 4 i lys av litteraturen presentert i rapportens andre kapittel.

---

<sup>1</sup> «Læremidler og arbeidsformer for algebra i ungdomsskolen. En casestudie i prosjektet *ARK&APP*, matematikk, 8. klasse» og «Læremidler og arbeidsformer i matematikk 1T vgs. En casestudie i prosjektet *ARK&APP*, matematikk 1T, studieforberedende utdanningsprogram, videregående skole».

## 1.1 Beskrivelse av casen

I denne casen har vi fulgt 23 elever (11 gutter og 12 jenter) i en klasse på 5. trinn og deres matematikklærer. Undersøkelsen ble gjennomført ved en barneskole på Østlandet gjennom en treukers periode i desember 2014. Elevene hadde gjennomført nasjonale prøver noen måneder tidligere, og klassen lå omtrent på landsgjennomsnittet i regning: 25 % av elevene lå på mestringsnivå 1<sup>2</sup>, 50 % på mestringsnivå 2 og 25 % på mestringsnivå 3. Datainnsamlingen startet med en pretest første dag og ble avsluttet med en posttest og intervjuer på siste dag av forløpet. Vi observerte helklasseundervisning, par-arbeid og individuelt arbeid i til sammen sju undervisningsøkter, som varte fra 60 til 90 minutter. Tre kameraer ble brukt, og vi har til sammen 10,5 timer med videomateriale. Vi var to forskere til stede under observasjonene.

Tema for den observerte perioden var algebra. Klassen brukte læreverket *Matemagisk* fra Aschehoug forlag. Dette er et nytt læreverk og består av en lærebok, *Matemagisk 5A*, utgitt i 2014, en digital elevressurs og en digital tavleressurs for lærere. Det siste kapitlet i denne boka heter «Algebra», og vi var til stede i de tre ukene som ble brukt til å jobbe med dette kapitlet. I tillegg til læreverket brukte klassen diverse algebraspill på PC (se beskrivelse i avsnitt 3.1.3).

## 1.2 Kompetansemål og undervisningsforløpet

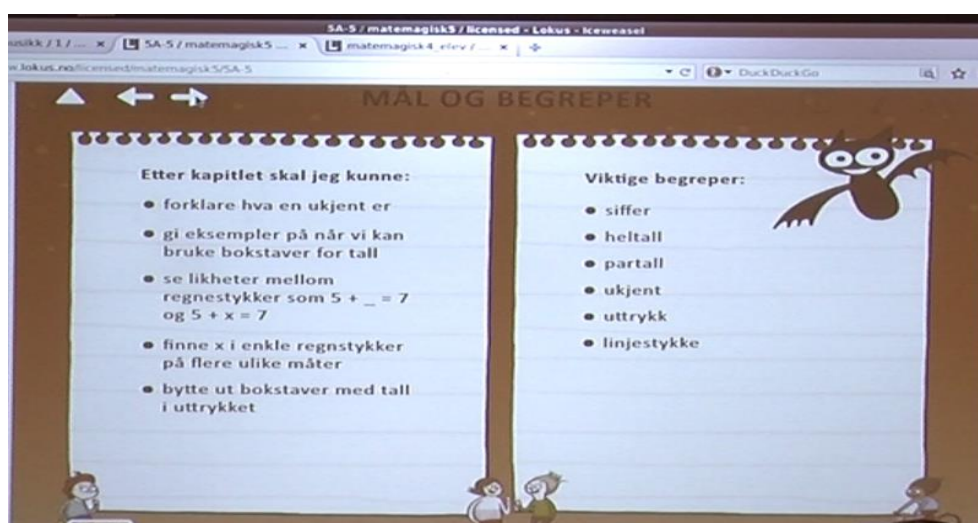
Undervisningsforløpet var preget av lærerinitiert helklassesamtale ved interaktiv tavle, par-samarbeid ved PC og par-samarbeid ved oppgaveregning i boka. Undervisningen la stor vekt på begrepslæring, og særlig sentralt i helklassesamtalene var likhetstegnets betydning og bokstaver som representasjoner for tall. Læreren innledet temaet algebra med å presentere elevenes læringsmål for de påfølgende tre ukene. Læreren brukte noe tid på å gå gjennom og å diskutere målene med elevene for å bevisstgjøre dem på hva som var sentralt å lære i denne perioden. Målene og sentrale begreper (presentert i Tabell 1 og i Figur 1) er hentet fra læreverket *Matemagisk*.

---

<sup>2</sup> Den nasjonale prøven i regning for 5. trinn 2015 opererte med mestringsbeskrivelser inndelt i tre nivåer. Se [http://www.udir.no/Vurdering/Nasjonale-prover/Regning/Oppgaver\\_rekning/](http://www.udir.no/Vurdering/Nasjonale-prover/Regning/Oppgaver_rekning/) for mer informasjon.

Tabell 1. Læringsmål og viktige begreper for perioden.

<b>MÅL OG BEGREPER</b>	
<p><b>Etter kapitlet skal jeg kunne:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Forklare hva en ukjent er</li> <li>• Gi eksempler på når vi kan bruke bokstaver for tall</li> <li>• Se likheten mellom regnestykker som <math>5 + \_ = 7</math> og <math>5 + x = 7</math></li> <li>• Finne <math>x</math> i enkle regnestykker på flere ulike måter</li> <li>• Bytte ut bokstaver med tall i uttrykket</li> </ul>	<p><b>Viktige begreper:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Siffer</li> <li>• Heltall</li> <li>• Partall</li> <li>• Ukjent</li> <li>• Uttrykk</li> <li>• Linjestykke</li> </ul>



Figur 1. Læringsmål og viktige begreper for perioden, hentet fra den digitale tavleressursen basert på læreboka.

Læringsmålene for perioden kan sies å være en del av de sentrale kompetansemål ved fullført 7. trinn under hovedområdet «Tall og algebra», og disse er å:

- utvikle, bruke og diskutere metoder for hoderegning, overslagsregning og skriftlig regning og bruke digitale verktøy i beregninger
- finne informasjon i tekster eller praktiske sammenhenger, stille opp og forklare beregninger og framgangsmåter, vurdere resultatet og presentere og diskutere løsningen
- utforske og beskrive strukturer og forandringer i geometriske mønster og tallmønster med figurer, ord og formler
- stille opp og løse enkle likninger og løse opp og regne med parenteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tall

På 5. trinn jobber elevene mot kompetansemålene beskrevet etter 7. trinn i læreplanen. Arbeidet i denne casen må derfor sees som en første introduksjon til noe elevene skulle arbeide mer med senere. Læreplanen opererer med hovedområdet «Tall» til og med 4. trinn, og dette hovedområdet blir utvidet til å hete «Tall og algebra» i kompetansebeskrivelsene etter fullført 7. trinn. Ifølge læreplanen starter man altså med «algebra» i løpet av 5.–7. trinn. Når dette skal skje i løpet av de tre årene, og hvordan algebra introduseres, er opp til den enkelte skole og lærer.

## **2 Læremidler, læring og undervisning**

Dette kapitlet gir en oversikt over tidligere nasjonal og internasjonal forskning relevant for rapportens forskningsspørsmål og fokus, og for analysene og diskusjonene som utgjør rapportens to siste kapitler. Kapitlet er tett knyttet til emneområdet «algebra», da vi har valgt å ha et spesielt fokus på dette temaet gjennom alle de tre matematikkcasene. I avsnitt 2.1 gir vi en kort oversikt over norske elevers prestasjoner i algebra og en definisjon av hva vi mener med *matematisk kompetanse*. Der presenterer vi en modell som brukes som et rammeverk for analyser og diskusjoner i rapporten. Avsnitt 2.2 gir en oversikt over funn fra tidligere studier knyttet til 1) hvordan det undervises i norske matematikklasserom generelt og 2) hvordan læremidler (papirbaserte, digitale og andre former) brukes i matematikkundervisningen. I avsnitt 2.3 presenterer vi internasjonal forskning knyttet til læring og undervisning av algebra på barne- og mellomtrinnet. Vi vil da legge vekt på arbeidsmåter og undervisningsmetoder som legger til rette for å øve et bredt spekter av matematiske kompetanser, som definert i avsnitt 2.1. Mot slutten av avsnittet trekkes bruken av digitale læremidler spesifikt inn i diskusjonen.

### **2.1 Matematisk kompetanse og affektive faktorerers rolle i læreprosessen**

Fra flere nasjonale og internasjonale komparative studier rapporteres det om svake norske elevprestasjoner særlig i emneområdene «tallregning» på barneskolen og «algebra» i ungdomsskolen og på videregående skole (Grønmo et al., 2010; Grønmo et al., 2012; Lie et al., 2010; Naalsund, 2012; Nortvedt, 2013). At norske elever strever med algebra i så stor grad som det kan se ut til, er et stort problem ikke bare for dette emneområdet isolert, men for å lykkes med matematikk generelt (Siegler, Duncan, Davis-Kean, Duckworth, Claessens, Engel, Susperreguy og Chen, 2012). Algebra er et effektivt verktøy for å utforske, analysere

og representere matematiske begreper og ideer, samt for å beskrive og modellere forhold og sammenhenger i hverdagsfenomener (Kieran, 2007; NCTM, 2008). Mye av matematikken i ungdomsskolen og videregående skole bygger på algebra. En solid algebraisk kompetanse er derfor essensielt for å lykkes med videre opplæring både i matematikkfaget og i fag og studier som bygger på algebraisk kunnskap, slik som for eksempel fysikk, ingeniørstudier, informatikk, finans og medisin. I og med at en solid kompetanse i tallregning er en forutsetning for å lykkes med algebra, er det bekymringsfullt at det nettopp er i dette emneområdet at norske elever på 4. trinn presterer svakt. «Det eneste området hvor de norske elevene skårer signifikant under skalamidtpunktet på 4. trinn er Tall» (Grønmo et al., 2012, s. 29).

Et mye sitert rammeverk for matematisk kompetanse (f.eks. Jensen og Nortvedt, 2013; NCTM, 2000; NCTM, 2014) er modellen presentert i Kilpatrick, Swafford og Findell (2001). Forfatterne understreker at det ikke finnes ett begrep som dekker alle aspekter av ekspertise, kompetanse og kunnskap, men at de har valgt «... mathematical proficiency to capture what we believe is necessary for anyone to learn mathematics successfully» (ibid. s. 116). Vi oversetter «mathematical proficiency» med matematisk kompetanse. Videre defineres begrepet gjennom fem delkompetanser som er tett sammenvevde og avhengige av hverandre i læreprosessen. God læring i matematikk innebærer å utvikle disse fem delkompetansene i et tett samspill, og denne modellen vil fungere som et rammeverk for analyser og diskusjon av læring. De fem delkompetansene er:

1. Begrepsforståelse (*Conceptual understanding*)<sup>3</sup> handler om å forstå matematiske begreper, representasjoner, operasjoner, prosedyrer og relasjoner.
2. Prosedyreferdigheter (*Procedural fluency*) innebærer å utføre prosedyrer nøyaktig, effektivt og fleksibelt.
3. Anvendelse (*Strategic competence*) går ut på å formulere problemer matematisk og utvikle strategier for å løse problemer ved å bruke passende begreper og prosedyrer.
4. Resonneringsferdigheter (*Adaptive reasoning*) omhandler evne til logisk tenkning, refleksjon, forklaringer og begrunnelser.
5. Engasjement (*Productive disposition*) dreier seg om å være motivert for å lære matematikk, se på matematikk som nyttig og verdifullt, og tro at innsats bidrar til økt læring i matematikk.

Denne siste delkompetansen omhandler med andre ord affektive faktorer spesifikt og understreker hvor viktig dette er for læring, og hvor tett det er vevd sammen med andre kompetanser i læreprosessen. Affekt er et overordnet begrep som blant annet dekker følelser

---

<sup>3</sup> Vi har valgt å ta med de opprinnelige begrepene, da det er en utfordring å finne norske oversettelser som fullstendig dekker meningsinnholdet i de engelske begrepene.

og stemning. Affektive faktorer knyttet til læring og undervisning kan for eksempel være motivasjon, engasjement, holdninger, følelser, selvoppfatning og mestringsforventning.

Affektive faktorerers betydning i matematikkopplæringen er et stort felt i internasjonal matematikdidaktisk forskning og har vært det i mange tiår (f.eks. Aiken, 1970; Hannula, 2002; 2006; Ryan og Deci, 2000). I løpet av de siste 10–15 årene så ser vi et økt fokus på affektive faktorerers viktige rolle i læreprosessen (Kilpatrick et al., 2001; NCTM, 2014). Nasjonalt tydeliggjøres dette fokuset blant annet i strategiene «Motivasjon og mestring for bedre læring» (Kunnskapsdepartementet, 2012) og «Fra matteskrekke til mestring» (Kunnskapsdepartementet, 2011). PISA-undersøkelsen fra 2012 undersøkte 15-åringers holdninger til matematikk, med den begrunnelse at slike holdninger er en viktig del av matematisk kompetanse og nær knyttet til hvordan elevene presterer på matematikkoppgaver (Jensen og Nortvedt, 2013). Denne utviklingen gjør vårt forskningsspørsmål om hvordan bruk av læremidlene bidrar til engasjement og læring, særlig relevant.

## **2.2 Undervisning og bruk av læremidler i norske matematikklaserom – hva vet vi?**

Både internasjonal og nasjonal forskning vektlegger viktigheten av å variere undervisningssituasjoner og at god undervisning balanserer det som gjerne kalles (Klette, 2013) (1) tilegnelsessituasjoner<sup>4</sup>, (2) utprøvingssituasjoner<sup>5</sup> og (3) konsolideringssituasjoner<sup>6</sup>. Klette oppsummerer en rekke norske klasseromsstudier over det siste tiåret når hun sier: «Omfattende studier fra norske klasserom viser imidlertid relativt stor ensidighet – og overbruk – av noen undervisningsmetoder, og tilsvarende underbruk av andre» (Klette, 2013, s. 182). Med henvisning til PISA+-videostudien<sup>7</sup> (f.eks. Bergem, 2009; Klette, 2009) sier hun at matematikkfaget kjennetegnes av enten helklasseundervisning og gjennomgang på tavla, eller av arbeid med matematikkoppgaver individuelt. Arbeid i par eller i grupper ser ut til å være lite brukt. Data fra PISA+-studien er nå ti år gamle, men de nevnte funnene fra studien kan se ut til å stemme fremdeles. Ifølge den siste PISA-studien rapporterer norske elever at de ofte arbeider med oppgaver som er knyttet til anvendelser i en hverdagslig kontekst, samt

---

<sup>4</sup> Situasjoner der elevene skal introduseres til et faginnhold; de har ofte et lærerstyrt, monologisk preg.

<sup>5</sup> Situasjoner der elevene, enkeltvis eller parvis/gruppevis, prøver ut oppgaver for å øve seg i aktiviteten. Her er gjerne lærerens rolle å veilede elevene.

<sup>6</sup> Aktiviteter der elevene setter ord på egen læring knyttet til den aktiviteten de jobber med. Sentralt er fokus på bevissthet og refleksjon knyttet til egne læreprosesser.

<sup>7</sup> Se <http://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/pisa-pluss/index.html> for mer informasjon.



oppgaver som øver rutinemessige ferdigheter i matematikk (Olsen, 2013). Når det gjelder helklasseundervisning, så finnes det jo flere typer (Klette, 2013), og det er særlig formen der lærer gir en innføring i nytt stoff med innspill og kommentarer fra elevene, som er mye brukt i norske klasserom.

PISA-studien har egne spørreskjemaer for elever og skoleledere, som blant annet kartlegger sentrale trekk ved matematikkundervisningen. Her rapporterer norske elever at lærerne i mindre grad tilrettelegger for situasjoner der elevene må reflektere og resonnere enn gjennomsnittet i OECD (Olsen, 2013). Fra analyser av spørreskjema gitt til elever og lærere, bekrefter TIMSS-studien at en arbeidsform preget av at læreren står ved tavla og gjennomgår temaer fra læreboka og elevene deretter jobber mye på egen hånd med oppgaver, er mer utbredt i Norge enn i mange andre land. Studien viser også at lærerne i liten grad spør elevene om å forklare svar (Grønmo et al., 2012). Sandvik mfl. (2013) skriver i en rapport fra prosjektet *Forskning på individuell vurdering i skolen (FIVIS)* at dialogen mellom lærer og elev nevnes av de aller fleste matematikklærerne i studien som en viktig kilde til informasjon om elevenes kompetanse. En slik bevissthet er et viktig steg mot mer og dypere refleksjon i samtalen.

Når det gjelder bruken av læremidler, viser tidligere forskning at læreboka er det viktigste læremiddelet i skolen både i Norge og internasjonalt (f.eks. Juuhl, Hontvedt og Skjelbred, 2010; Knudsen et al., 2011; Pepin, Gueudet og Trouche, 2013; Skjelbred, Solstad og Aamotsbakken, 2005). Forskning på bruk av læremidler er i liten grad knyttet til observasjoner i klasserommet eller intervjuer av brukerne av læremidlene (Knudsen et al., 2011), noe som gjør det utfordrende å konkludere hvordan læremidler brukes i praksis. Pepin, Gueudet og Trouche (2013) viser i en internasjonal oversiktsstudie knyttet til læreres bruk av læremidler i matematikk, at bruken av lærebøker er i tråd med læreplaner i matematikk. Dette oppleves som viktig for lærerne fordi det gir deres undervisning legitimitet ut fra institusjonelle krav. De påpeker at hvis lærerne får nye lærebøker – gjerne i forbindelse med en reform, og der de nye bøkene i høy grad bryter med etablert praksis – kan det føre til at lærerne velger andre løsninger, som for eksempel å skape egne læremidler lokalt.

Nyere nasjonale studier, f.eks. *Monitor skole 2013* (Hatlevik et al., 2013) og undersøkelsen som er en del av *ARK&APP*-prosjektet (Waagene og Gjerustad, 2015), viser at digitale verktøy benyttes sjeldnere i matematikk sammenliknet med andre fag som engelsk, samfunnsfag, norsk og naturfag, og at datamaskin brukes hyppigere blant eldre elever enn blant yngre. I et internasjonalt perspektiv, ifølge PISA 2012-studien, rapporterer norske elever

om en hyppigere bruk av datamaskin i matematikktimene enn OECD-gjennomsnittet, særlig gjelder dette bruken av regneark (Olsen, 2013). Faktisk er Norge og Danmark de to landene i hele studien som i aller størst grad anvender IKT i matematikkundervisningen.

Et svært viktig spørsmål i diskusjonen om bruk av digitale læremidler er hvorvidt læremidlene blir brukt på en måte som fremmer læring. Som vi skal se nærmere på i neste avsnitt, så har digitale verktøy potensial til å trene et bredt spekter av matematiske kompetanser, med særlig vekt på begrepsforståelse, resonnementskompetanse og ikke minst engasjement. Mye tyder på at dette fokuset ikke er en integrert praksis i mange matematikklasserom (Sandvik et al., 2013).

### 2.3 Læring og undervisning av algebra på barne- og mellomtrinn

Man kan tenke seg mange forklaringer på de observerte svake elevprestasjonene i tallregning og algebra.<sup>8</sup> Her vil vi først fokusere på observerte vansker med algebraisk symbolspråk og se spesielt på overgangen mellom tallregningen og den formelle algebraen. Tallregning og algebra har tradisjonelt blitt behandlet som to separate temaer. Dette i seg selv kan bidra til å gjøre den formelle algebraen, typisk introdusert på ungdomsskolen, vanskelig for mange elever. Brått skal elevene forholde seg til nye betydninger av bokstavsymboler de kjenner fra før,<sup>9</sup> men som her får en helt ny betydning.<sup>10</sup> Videre så brukes de nye bokstavene i ukjente operasjoner,<sup>11</sup> og i disse operasjonene blir *variabel* et viktig begrep – ideen om at noe varierer og gjerne varierer i forhold til noe annet. Å forstå variabelbegrepet er fundamentalt for å lykkes med algebra, og er noe svært mange elever finner utfordrende (f.eks. Küchemann, 1981; Gray, Loud og Sokolowski, 2007; Kieran, 2007).

Operatorsymbolene har en annen betydning i algebra enn i tallregningen: «+» betyr ikke nødvendigvis at to tall skal legges sammen for å finne et numerisk svar, og «=» betyr ikke lenger nødvendigvis at «her kommer svaret», som er en vanlig oppfatning og praksis i aritmetikkopplæringen. I algebraen er det nødvendig å lese likhetstegnet som et ekvivalenssymbol mellom to ekvivalente sider; man har en relasjonell forståelse av

---

<sup>8</sup> F.eks. elevers og læreres holdninger, følelser og motivasjon knyttet til faget; læreres kompetanse; sosial og kulturell bakgrunn; undervisningsmetoder; hvordan skolen er organisert; læreplanens innhold og oppbygning, også sett i sammenheng med teorier om elevers kognitive prosesser; bruk av læremidler.

<sup>9</sup> F.eks. så refererer 2a i tallregningen typisk til «to appelsiner». I algebra forventes elevene å lese tilsvarende uttrykk som «to ganger prisen av en appelsin».

<sup>10</sup> F.eks.  $x$  som kan representere et ukjent tall, et generalisert tall eller en variabel.

<sup>11</sup> Elevene går fra å operere med kjente tall for å finne et numerisk svar i tallregningen, til å operere med bokstaver og å «godta» at i algebraen er ikke svaret nødvendigvis et gitt tall.

likhetstegnet. *Ekvivalens* er et kjernebegrep i algebra, og å forstå dette begrepet er sentralt for å utvikle en algebraisk kompetanse (Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil og Stephens, 2007; Kieran, 2007; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg og Stephens, 2005; Knuth, Stephens, McNeil og Alibali, 2006). Naalsund (2012) viser at elever på 10. trinn har en manglende forståelse av likhetstegnet og av ekvivalens i manipulasjonen av likninger. En dypere forståelse av ekvivalens kan for eksempel bidra til å gjøre «flytt og bytt»-manipulasjonen av likninger mer meningsfull for elever. Tidligere studier har vist at dette er en svært vanlig løsningsstrategi, men at få elever synes å forstå hva som ligger bak «flytt og bytt»-prosedyren (Naalsund, 2012). Det er vanlig (Alibali et al., 2007; Kieran, 2007; Knuth et al., 2005; 2006) å skille mellom en *instrumentell forståelse* av likhetstegnet (fokus på at operatorsymbolet er en kommando for å «finne svaret») og en *relasjonell forståelse* av likhetstegnet (fokus på at symbolet er et separatorsymbol mellom to ekvivalente sider).

Man kan betrakte den formelle algebraen som en utvidelse og generalisering av aritmetikken. I tallregningen lærer man f.eks. at  $3 + 5 = 5 + 3$  og at dette gjelder for flere konkrete tilfeller. Algebra er et språk for å generalisere den kommutative loven ( $a + b = b + a$ ) til å gjelde for alle reelle tall  $a$  og  $b$ . Stadig flere forskere argumenterer sterkt for å jobbe med algebraiske resonnementer i aritmetikken istedenfor å tenke på aritmetikk og algebra som to separate temaer (Carraher, Schliemann og Schwartz, 2007; Carraher og Schliemann, 2007; Kaput, 2008; Maher, 2005; Mason, 2008). Med unntak av noen få pionerer fra 1960- og 70-tallet, slik som Robert B. Davis og James Kaput, så har såkalt «Early Algebra» (EA)-forskning vokst sterkt særlig i løpet av det siste tiåret. Denne forskningen fokuserer på å framheve algebraiske ideer i elementær matematikk og å støtte algebraisk resonnement blant barneskoleelever. Elever på 5. trinn er i den fasen der de blir eksponert for algebraisk abstraksjon, og denne overgangen kan da vektlegges på ulike måter.

En amerikansk longitudinell studie gjennomført av forskerne Carraher, Schliemann og Schwartz – (den har fått mye oppmerksomhet i internasjonal matematikdidaktisk forskning, se f.eks. Carraher og Schliemann, 2007 og Carraher, Schliemann og Schwartz, 2007) – gir mange rike innblikk i hvordan man som lærer kan legge til rette for algebraisk resonnement og forståelse på tidlige barnetrinn. Forskerne designet og implementerte ukentlige algebraaktiviteter i fire klasserom over en periode på to og et halvt år, fra midten av 2. trinn til slutten av 4. trinn.

I et eksempel fra denne studien ble elevene på 3. trinn introdusert for to bokser som inneholdt et ukjent, men likt, antall drops (hhv. Marys og Johns boks). På utsiden av den ene boksen var det limt tre drops, slik at denne boksen hadde totalt tre flere drops. Klassen brukte mye tid på å diskutere og gjette på antall drops. For å synliggjøre at det finnes flere muligheter, ble alle forslagene etter en stund satt opp i en tabell med mulig utfall for antall drops i de to boksene. Gradvis ble fokuset ledet over mot forskjellene i antall drops og ideen om at når en verdi er gitt for den ene boksen, så kan ikke lenger verdien for den andre variere «fritt». Dermed begynte problemer av en mer generell karakter å vokse fram. I den påfølgende diskusjonen var det elevene selv som fant ut at den andre boksen (avhengig variabel) kunne representeres ved  $N + 3$ , etter at de i fellesskap hadde blitt enige om at den første boksen (uavhengig variabel) kunne representeres ved  $N$ . Det er en avansert øvelse å gå fra å operere med gitte tall til å operere med variabler, og med en slik forståelse så har de lagt et viktig grunnlag for en dypere forståelse av funksjoner og av (avhengige og uavhengige) variabler. Et og et halvt år senere (4. trinn) produserte 2/3 av alle elevene i studien generelle algebraiske representasjoner på tilsvarende problemer. Dette er svært interessant sett i sammenheng med de observerte vanskene langt eldre elever har med å bruke, forstå og gi mening til algebraisk symbolspråk.

Både den nevnte studien og andre tilsvarende studier<sup>12</sup> inneholder mange eksempler som gir rike bilder på hvordan elever, gjerne gjennom samarbeid og diskusjoner, opparbeidet en stadig dypere forståelse for algebraiske begreper og sammenhenger etter hvert som de gikk fra barneskole til ungdomsskole og videre til videregående utdanning. I disse klasseromsintervensjonene er bruken av heuristisk metode, der oppdagelser og utforskning er helt sentralt, viktig. Utforskningen starter i en kontekstualisert og kjent situasjon, og diskusjoner, forklaringer og begrunnelser er sentrale elementer. En slik undervisningsmetode krever at læreren har en klar målsetting, at han vet i hvilken retning han vil styre samtalen, og at han stiller gode, målrettede spørsmål til elevene. Et så målrettet arbeid krever gode fagkunnskaper i tillegg til kunnskap om elevers matematiske resonnement. Det å la elevene selv få drive prosessen videre, at det er deres oppdagelser som er i forgrunnen, framheves som en faktor for læring. Dette gir et eierforhold til fagstoffet, noe forskerne igjen hevder er helt sentralt for en dypere forståelse og for engasjement for videre læring. Om elevene oppmuntres og støttes på en slik måte at de føler seg stolte over egne oppdagelser, kan det igjen få elevene til å jobbe litt ekstra med vanskelige oppgaver som de ikke klarer å løse med det samme.

---

<sup>12</sup> F.eks. en longitudinell studie ved Rutgers University, New Jersey (Maher, 2005; Maher, Powell, Weber, & Lee, 2006; Weber, Maher, Powell, & Lee, 2008).

Generelt ser man et voksende fokus på at utforskning bør starte i en kjent og familiær situasjon relevant for elevenes hverdagsliv (se f.eks. Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers, 2014, om «Realistic Mathematics Education»). Oversiktsstudier (Li og Ma, 2010; Lou, Abrami og d'Apollonia, 2001) viser at variasjoner i type sosial organisering, læremidler og arbeidsformer gir ulik mulighet for produktiv samhandling og ulik potensial for læring. Hvis oppgavene elevene skal gjøre, i høy grad følger prosedyrer, som for eksempel ved algoritmisk oppgaveløsning i matematikk, så kan læringseffekten være liten eller til og med negativ, selv om elevene jobber i grupper (Diziol, Rummel, Spada og McLaren, 2007). Man ser større potensial for læring dersom elevene får mulighet til å forklare hva de tenker, og når oppgaven støtter en begrepsforståelse (Cobb, Stephan, McClain og Gravemeijer, 2001). Videre er det mange som argumenterer sterkt for å bruke og å veksle mellom ulike representasjonsformer i matematikkundervisningen (f.eks. Arcavi, 2003; NCTM, 2014). Elevene øver en dypere matematisk forståelse, resonnementskompetanse og strategisk kompetanse (problemløsningsevne) ved å lære å representere, diskutere og se sammenhenger mellom kontekstuelle, visuelle, verbale, fysiske og symbolske representasjoner.

Digitale læremidler kan bidra til å utforske ulike representasjoner av fenomener på en rikere og mer visuell måte, og dermed bidra til en dypere forståelse av fagstoffet (Hershkowitz, Tabach og Dreyfus, 2016; Sinclair og Baccaglini-Frank, 2016): «Due to their highly visual and often temporal nature, digital technologies quite frequently offer unique visual mediators, thus inviting different ways of describing and comparing mathematical objects and relationships» (Sinclair og Baccaglini-Frank, 2016, s. 665). Virtuelle konkrete kan bidra til en mer helhetlig forståelse av matematiske fenomener gjennom å knytte sammen kunnskap om fysiske objekter, prosesser på slike objekter og symbolske representasjoner av objektene og prosessene. Çakir og Stahl (2013) gir rike eksempler på hvordan matematisk forståelse kan formes gjennom gjensidig resonnering og diskusjon i gruppearbeid ved at elever både lytter til seg selv og andres forsøk på å forstå visuelle digitale representasjoner. Dette er også kjent fra naturfag, der bruk av interaktive simuleringer og spill kan ha form av «mikro eksperimenter» (Kluge, 2015), der elever prøver ut et resonnement ved hjelp av en interaktiv representasjon der de bruker både representasjonen, sine medelever og sin egen lytting på seg selv som en test på gyldigheten av sine resonnementer.

Et annet sentralt funn er at induktive utforskninger, der generaliseringer og forklaringer, begrunnelser og bevis er sentralt, har en tendens til å forsterkes i et teknologisk læringsmiljø

(Hershkowitz, Tabach og Dreyfus, 2016). Elever virker særlig motiverte når helklassesamtalen foregår rundt en interaktiv oppgave (Pepin, Gueudet, Yerushalmy, Trouche og Chazan, 2016). Ifølge Sinclair og Baccaglioni-Frank (2016) ser man ofte et høyere engasjement når elever arbeider med digitale læremidler enn med andre læremidler. Det er imidlertid lite litteratur knyttet til hvorvidt gleden rett og slett kommer fra skiftet i læringsmiljøet, fra den tettere feedbacken som digitale verktøy ofte gir, eller fra den nysgjerrigheten, stoltheten og intellektuelle engasjementet som ofte assosieres med dyp og meningsfull matematisk læring.

## **2.4 Oppsummering**

I denne gjennomgangen av tidligere forskning har vi sett nærmere på studier av læring og undervisning i algebra på barnetrinnet. Særlig har vi sett på studier som viser hvordan elever har vansker med overgangen fra tallregning til algebra. I denne overgangen er det viktig at elevene arbeider med begreper som variabel og ekvivalens, og vi har vist at dette læringsarbeidet bør gjøres på mange måter for at det skal oppleves meningsfullt for elevene. Derfor har vi brukt den mye siterte modellen til Kilpatrick et al. (2001) som synliggjør bredden av kompetanser som bør øves for å bli god i matematikk. Vi har lagt vekt på at affektive faktorer er sentrale komponenter for å lære matematikk, og at disse kompetansene er tett sammenvevde i læreprosessen.

Rapportens tre forskningsspørsmål omhandler (1) hvordan læremidlene benyttes i den observerte undervisningen, (2) hvilken funksjon bruken av læremidlene har i interaksjonen mellom lærer og elever og (3) hvordan læremidlene bidrar til engasjement og læring. Nasjonale klasseromsstudier og internasjonale komparative studier viser at matematikkundervisningen er preget av lærerstyrt helklasseundervisning med innspill fra elevene, og av individuelt arbeid med oppgaver i boka. Få aktiviteter legger opp til situasjoner der elevene skal reflektere og resonnerer. Den klasseromsforskningen som har vært mest referert i litteraturen, begynner nå å bli noen år gamle, og vi begynner å se nye tendenser i norsk skole. Særlig gjelder dette bruken av digitale læremidler. Som diskutert avslutningsvis i avsnitt 2.3 vet vi en del fra internasjonal forskningslitteratur om hvordan digitale læremidler kan bidra til å øve et bredt spekter av matematiske kompetanser og legge grunnlag for meningsfull læring. Denne rapporten vil besvare sine forskningsspørsmål ved i hovedsak å analysere og tolke data i lys av forskningslitteratur knyttet til hhv. bruk av og læringspotensial av digitale læremidler, og knyttet til læring og undervisning av algebra.

### 3 Feltarbeid, data og metode

I dette kapitlet beskriver vi hvordan feltarbeidet ble gjort, hvilke typer data vi samlet inn, og hvilke strategier vi benyttet for å analysere dem.

#### 3.1 Data og beskrivelse av feltarbeidet

##### 3.1.1 Beskrivelse av casen

Feltarbeidet ble gjennomført på en barneskole på Østlandet over en treukers periode i desember 2014. To forskere fulgte en klasse på 5. trinn bestående av 23 elever (11 gutter og 12 jenter) og deres lærer. Elevene hadde gjennomført nasjonale prøver noen måneder tidligere, og klassen lå omtrent på landsgjennomsnittet i regning: 25 % av elevene lå på mestringsnivå 1<sup>13</sup>, 50 % på mestringsnivå 2 og 25 % på mestringsnivå 3.

Læreren vi fulgte i casen, er en mann i begynnelsen av 40-årene. Han er utdannet allmennlærer og har 16 års erfaring fra skolen. Han har også jobbet som konsulent for et matematikklæreverk i et norsk forlag. Læreren er opptatt av begrepsdannelse hos elevene, og at læring skjer i et sosialt samspill med andre. Han legger derfor til rette for en del samtaler og diskusjoner, særlig i helklasse. Han bruker også mye digital teknologi i sin undervisning.

Læreren planla og gjennomførte all undervisning, mens forskerne gjennomførte pre- og posttestene, observasjonene og intervjuene. Før studien hadde vi to møter med læreren, hvor undervisningsinspektøren for 5.–7. trinn ved skolen var til stede på ett av møtene. I disse møtene diskuterte vi og gikk gjennom blant annet følgende: innholdet og progresjonen i undervisningen over de tre ukene vi skulle være til stede; utforming av pre- og posttestene; plassering av kamera, elevenes plassering i klasserommet og hvilke elever som skulle filmes (se avsnitt 3.1.2); plassering av PC'er og hvordan elevene skulle jobbe med dem, og sist, men ikke minst – hvordan undervisningen skulle foregå (metoder og arbeidsmåter) og hvilke læremidler og ressurser som var planlagt brukt. En del av planleggingen foregikk også via e-post i tidsrommet oktober til desember. Vi sendte et utkast av pretesten til læreren i forkant, for å forsikre oss om at innholdet i denne ville være relevant for innholdet i undervisningen.

Tabell 2 viser en oversikt over innholdet i de undervisningsøktene som vi observerte.

---

<sup>13</sup> Den nasjonale prøven i regning for 5. trinn 2015 opererte med mestringsbeskrivelser inndelt i tre nivåer. Se [http://www.udir.no/Vurdering/Nasjonale-prover/Regning/Oppgaver\\_rekning/](http://www.udir.no/Vurdering/Nasjonale-prover/Regning/Oppgaver_rekning/) for mer informasjon.

**Tabell 2. Aktivitetsoversikt i casen matematikk 5. klasse.**

<b>Dato</b>	<b>Varighet</b>	<b>Antall elever</b>	<b>Aktivitet</b>
1. des.	60 min	9 gutter, 10 jenter	Presentasjon av prosjektet. Pretest i 25 min. Undervisning i 35 min. Matematikkmysterie, interaktiv tavle, Matemagisk. Noe diskusjon i par, mest i helklasse. Lærer legger fram mål for kapitlet (de 3 ukene som vi skal observere). Samtale om målene. Løser oppgave på interaktiv tavle fra Matemagisk. Elever kommer opp en og en. Oppgaveløsning.
2. des.	90 min	10 gutter, 12 jenter	Helklassesamtale ved interaktiv tavle og Matemagisk. Tema: variabler og ulike representasjoner for den ukjente i likninger (apekatt, sjørøversverd). Snakker også om likhetstegnets betydning. Siste del: oppgaveregning i boka og spill på PC: Salaby.
4. des.	90 min	11 gutter, 11 jenter	Helklassesamtale ved interaktiv tavle, fra Matemagisk: Likhetstegnets betydning. Bruker en fotballbane og to lag som spiller, som metafor. Lage en historie til et gitt uttrykk. Noe parvis diskusjon av oppgave. Oppgaver i boka.
8. des.	60 min	11 gutter, 10 jenter	Gjennomgang på whiteboard. Viser algebra puzzle-spill fra Mathplayground i itslearning. Resten av timen: oppgaveregning i boka og spill på PC: algebra puzzle og motorsykkelspill fra Math Nook.
9. des.	90 min	10 gutter, 11 jenter	Helklassesamtale ved interaktiv tavle og Matemagisk. Tema: tallpyramider og likninger. Noe gjennomgang på whiteboard også. Resten av timen: oppgaveregning i boka og spill på PC: Salaby og Motorsykkelspill fra Math Nook.
11. des.	90 min	11 gutter, 9 jenter	Elevene jobber med en prøve – samarbeid og selvvrdering sentralt. Noen spiller motorsykkelspill på PC.
15. des.	60 min	10 gutter, 9 jenter	Siste undervisningsøkt i kapitlet. Film om algebraens historie. Løser kapitte oppgaver i boka og spiller motorsykkelspill på PC.
16. des.			Avlyst pga. julekonsert.
18. des.	90 min	11 gutter, 11 jenter	Posttest. Ingen undervisning. Intervjuer av fokusgrupper og lærer.
SUM	630 min	= 10,5 t.	



### 3.1.2 Beskrivelse av data

#### *Observasjonsdata*

Tre kameraer videofilmet all undervisning. To av kameraene fokuserte fast på hvert sitt elevpar, og det siste kameraet fokuserte på læreren og hans undervisning fra tavle, og det fanget i tillegg opp helklasseinteraksjon når det var aktuelt. Når undervisningen bestod av oppgaveregning, fokuserte det tredje kameraet på et tredje elevpar. Alt i alt har vi altså samlet videodata av lærers helklasseundervisning fra tavle, og vi har fulgt tre par med elever. Ved hjelp av læreren, valgte vi ut tre par som var plassert hensiktsmessig i forhold til kameraenes plassering bakerst i klasserommet. Vi la vekt på at elever av begge kjønn skulle være representerte. Vi har til sammen litt over 14 timer med videomateriale, 436 minutter med lærer i fokus og 416 minutter med elever i fokus.

Notater av elev- og læreraktivitet knyttet til læremidler, arbeidsform og tidspunkt ble skrevet i klasserommet, og observasjonen ble kodet etter standardiserte koder (se vedlegg 1b). Med unntak av én dag var vi alltid to forskere til stede, der begge fylte inn hvert sitt observasjonsskjema. Senere ble disse skjemaene sammenliknet, og begge ga grunnlag for det endelige observasjonsskjemaet for hver økt. I tillegg ble det skrevet feltnotater fra de samme øktene.

#### *Pre- og posttest*

Før og etter undervisningen i casen hadde vi en pre- og posttest (se vedlegg 2). Hensikten med testene var å studere eventuelle endringer i elevenes algebraiske kompetanse i løpet av de ukene vi var til stede. I samråd med lærer ble vi enige om at det skulle ta elevene maksimalt 30 minutter å svare på testene. Videre skulle testene inneholde oppgaver som testet begrepsforståelse (med særlig vekt på begrepene variabel og ekvivalens, jf. kapittel 2), og som oppfordret elevene til å begrunne sine svar / vise hvordan de tenkte. Dette er kompetanser som er sentrale både i læreverket og i de læringsressursene som ble brukt (se avsnitt 3.1.3). Pre- og posttest var lik i antall oppgaver og utforming, og oppgavetyper både fra læreboka og fra relevant matematikdidaktisk forskning ble valgt.

#### *Intervjuer*

På casens siste dag gjennomførte vi fire intervjuer, ett med lærer og ett med hver av de tre fokusgruppene. Alle intervjuene ble gjennomført av en av de to forskerne som var til stede under hele datainnsamlingen, og disse ble gjennomført like etter posttesten. Intervjuet med

læreren fokuserte på lærers bakgrunn, arbeidet med kompetansemål, og forberedelser og valg av læremidler. Elevintervjuene fokuserte på elevenes opplevelse av det studerte undervisningsforløpet, utfordringer knyttet til arbeidsmåter og læremidler i møte med faginnholdet, og om hvordan de ulike læremidlene skapte motivasjon og engasjement. Intervjuguider er presentert i vedlegg 1c.

### 3.1.3 Beskrivelse av læremidler og læringsressurser

Klassen brukte læreverket *Matemagisk* fra Aschehoug forlag. Dette er et nytt læreverk og består av en lærebok, *Matemagisk 5A*, utgitt i 2014, en digital elevressurs og en digital tavleressurs for lærere. Dette læreverket vektlegger begrepslæring og legger opp til muntlig aktivitet og diskusjon blant annet gjennom et eget avsnitt i hvert kapittel, kalt «Samarbeid».

Den digitale lærerressursen er ment å skulle støtte læreren i å skape engasjement, diskusjon og forståelse av matematikk gjennom å bruke den interaktive tavla i undervisningen, og den ble også mye brukt. Aktivitetene og spillene i ressursen er laget for å passe til de målene som det jobbes med i læreboka, og det er laget en lærerveiledning for hver aktivitet. Forsidebildet til denne casen og Figurene 2, 3 og 4 i avsnitt 4.2.1 illustrerer den digitale tavleressursen.

I den perioden vi var til stede, ble det i all hovedsak spilt to algebraspill på PC. Vi presenterer disse spillene kort her, og diskuterer nærmere hvilken læring som potensielt ligger i spillene, i kapitlene 4 og 5.

Salaby ([www.salaby.no](http://www.salaby.no)) er et digitalt læremiddel i alle fag for 1.–7. trinn, fra Gyldendal forlag. Salaby er utviklet av lærere og norske fagfolk. Fra hovedportalen som heter Kanal S 5.–7. trinn, ble det spilt ett algebraspill, «Symbolenes verden», hvor det er gitt tre bilder for hvert «brett», se Figur 5 (i 4.2.2). Hele brettet opererer med to variabler representert ved fysiske fenomener (f.eks. jordbær og krukke, som illustrert i Figur 5). Hvert av de tre bildene representerer en likning  $ax + by = c$ . Altså representerer hele brettet et likningssett med 3 likninger og 2 «ukjente». To av bildene angir verdi til relasjonen  $ax + by$ , mens elevene selv skal finne verdien til relasjonen i det tredje bildet. I eksempelet i Figur 5 er de tre likningene

$$2 \text{ krukker} + 1 \text{ jordbær} = 15$$

$$1 \text{ jordbær} = 3.$$

$$1 \text{ krukke} + 2 \text{ jordbær} = ?$$

Hvis man klarer et brett, får man et «gratulerer!» og går umiddelbart videre til neste brett.

Math Nook ([www.mathnook.com](http://www.mathnook.com)) er et amerikanskprodusert nettsted for læring av matematikk, med stor vekt på diverse matematikkspill. Spillet «Bike Racing Math Algebra Game» ble mye brukt i løpet av de tre ukene vi observerte undervisningen (se Figur 6 i avsnitt 4.2.2). I dette spillet skal elevene finne verdien av én eller flere ukjente (avhengig av vanskegraden på spillet) i en likning. Elevene får fire svaralternativer. Samtidig «styrer» de en motorsykkel i et løp med andre motorsykler. Velger de riktig verdi, går motorsykkelen raskere, velger de feil verdi, går motorsykkelen saktere. Målet er å komme først over målstreken og vinne løpet.

### **3.2 Analyser av data**

Vi har benyttet oss av flere metoder i denne casestudien (Yin, 2013). Resultater fra pre- og posttester og tid brukt på ulike typer aktiviteter og på læremidler, er kvantitative data, mens de andre datatypene representerer ulike former for kvalitative data. Alle data er relevante, men ikke alle har samme status i analysen. Vi benytter oss av det Creswell (2009) kaller parallell integrert strategi (eng: *concurrent embedded strategy*) der flere datatyper kan behandles i én studie og analyseres hver for seg, men kan sees i sammenheng for å forklare fenomenene når forskningsspørsmålene skal besvares. I denne casen er de kvalitative dataene, som videoopptak, feltnotater og intervjuer, i forgrunnen. De gir oss en forståelse av interaksjonen mellom elever og lærer mens de arbeider med de ulike læremidlene. De kvantitative dataene er i bakgrunnen og forteller oss hvilke undervisningsformer og læremidler som ble benyttet, og de gir indikasjon på elevenes prestasjonsnivå i algebra før og etter undervisningsforløpet.

Observasjonsskjemaene summerer opp hvor mye tid lærer og elever brukte på ulike aktivitetstyper. Analysene av disse gir oss innblikk i hvordan læreren organiserte elevene, og vi har også summert hvilke læremidler som ble mest benyttet. I tillegg har vi utviklet en matrise der vi ser hvilke læremidler som ble benyttet til spesifikke aktivitetstyper. Denne matrisen gir innblikk i hvilke arbeidsformer og læremidler som er mest typisk for denne casen. Analysene har blitt supplert med analyser av feltnotater som gir et mer utfyllende bilde av hva som skjedde i klasserommet.

Analyser av videoopptak gir oss mulighet til å forstå bedre hvordan elever og lærere forholder seg til hverandre og til de læremidlene som er i spill i klasserommet. Utvalg av videoopptak til analyse er basert på hva de kvantitative resultatene forteller oss med hensyn til variasjon i bruk av læremidler og arbeidsformer, endring i prestasjon fra pre- til posttest, og opplysninger

som ble gitt under intervjuene. Selve analysene av videoopptakene er basert på en dialogisk orientert tilnærming (Linell, 1998; 2009). I denne analysetilnærmingen benytter vi en 2-steps prosess. Først gjennomgår vi videoopptakene flere ganger for å undersøke hva aktørene i videoen gjør og snakker om, og hvordan de orienterer seg i forhold til hverandre, læremidler og institusjonelle aspekter i situasjonen. I neste steg knytter vi aktørenes dialog og orienteringer til det som er av forskningsmessig interesse, og i denne rapporten er det de tre forskningsspørsmålene.

For å analysere pre- og posttestene har vi benyttet oss av paret t-test, som brukes for å analysere forskjeller i resultat produsert av den samme gruppen av elever på to forskjellige tidspunkt (Cohen, Manion & Morrison, 2011). Imidlertid gir t-tester oss bare indikasjon på om forskjellen mellom de to gruppene er signifikant. For å få vite noe om effektstørrelsen relatert til forskjellen benyttet vi oss av Cohen's d (Cohen, 1992) som indikerer størrelsen på variasjonen fra pretest til posttest.

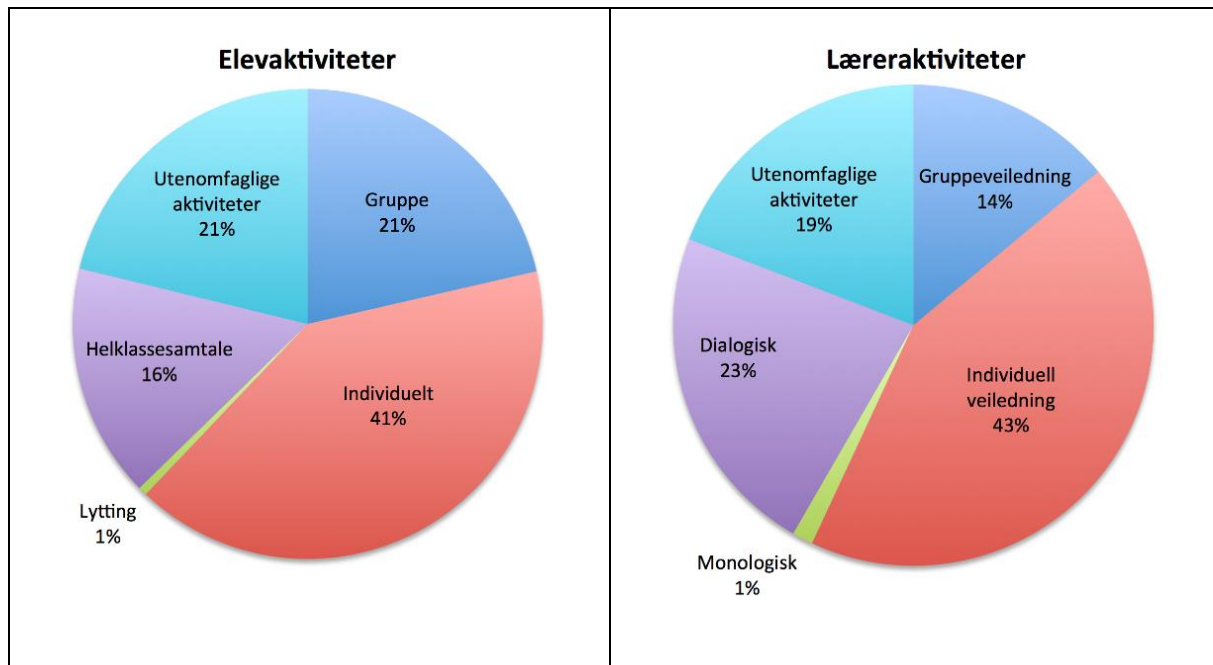
## **4 Resultater**

I denne delen presenteres funnene basert på analyser av de ulike dataene. I avsnitt 4.1 viser vi hvordan læreren organiserte elevene, og hvilke læremidler som ble mest benyttet. Avsnitt 4.2 framlegger funn knyttet til læremidler og arbeidsformers funksjon i klasserommet. Funnene er basert på kvalitative analyser av interaksjoner mellom lærer og elever og elevene imellom i ulike deler av forløpet samt av intervjuer av lærer og elever. I avsnitt 4.3 ser vi nærmere på elevenes engasjement gjennom undervisningsforløpet og presenterer analysene fra pre- og posttestene, med fokus på elevenes læringsutbytte. Avsnitt 4.4 oppsummerer funnene fra analysen.

### **4.1 Arbeidsformer og læremidler**

Dette avsnittet presenterer og analyserer resultatene fra observasjonene. Detaljerte feltnotater ble gjort for hver undervisningstime. Elev- og læreraktiviteter ble analysert ut ifra følgende forhåndsbestemte kategorier: arbeidsformer og læringsressurser benyttet av elevene, og arbeidsformer og ressurser benyttet av læreren. Basert på dette kan vi diskutere forskningsspørsmålet som omhandler hvordan læremidler ble benyttet i undervisningen. Alle former for elev- og læreraktivitet samt hvilke type læremidler som ble brukt, ble registrert ved bruk av tid (se vedlegg 1b). Selv om observasjonene og registreringen ikke er helt nøyaktig,

får vi et brukbart kvantitativt mål på hvordan elever og lærer arbeidet i løpet av de sju øktene undervisningen foregikk (til sammen 540 minutter inkludert pre- og posttest). Basert på tidsbruk viser kakediagrammet til venstre i Figur 2 elevenes samlede arbeidsformer i prosjektet, mens kakediagrammet til høyre i Figur 2 viser lærerens arbeidsformer.



**Figur 2. Tidsbruk, elevenes arbeidsformer til venstre og lærers til høyre (n = 504 for elever og n = 516 for lærer). Pre- og posttester er ikke inkludert i denne tidsbruken.**

Under «Elevaktiviteter» viser kategorien «Individuelt arbeid» (41 %) til at elevene i hovedsak satt og jobbet med oppgaver fra læreboka med kladdebok og blyant som hjelpemidler. Kategorien «Gruppearbeid» (21 %) viser til når elevene satt i par ved datamaskinen og spilte spill. Elevene samarbeidet i mye større grad ved PC'en enn ved oppgaveregning i boka. Under oppgaveregningen satt også elevene i par, men når de stod fast, løftet de som oftest hånden i været for å vente på læreren heller enn å samarbeide med sidemannen eller spørre sidemannen om hjelp. Kategorien «Helklassesamtale» (16 %) viser til når det var aktive samtaler mellom læreren og hele klassen. Kategorien «Lytting» (1 %) viser til når elevene satt og lyttet til læreren som rammet inn faglige temaer eller ga instruksjoner om oppgaver eller aktiviteter. Samlekategorien «Utenomfaglige aktiviteter» (21 %) omfatter blant annet å hente bøker og komme seg på plass og organisering av grupper på PC. Observasjonen foregikk også like før juleferien, så noe tid gikk med til julekalender, spise julegrøt og andre aktiviteter knyttet til julefeiring.

Under «Læreraktiviteter» viser kategorien «Individuell veiledning» (43 %) til når læreren gikk rundt og veiledet elevene som jobbet med oppgaver. I slike situasjoner prioriterte han de elevene som rakte hånden i været og trengte hjelp. Kategorien «Gruppeveiledning» (14 %) viser til når læreren veiledet elevene som satt og spilte på PC'en. I og med at elevene var delt i to grupper under deler av undervisningstiden, der en gruppe spilte på PC mens den andre gjorde oppgaver, så valgte læreren først og fremst å veilede elevene som jobbet med læreboka og kladdeboka, og i mindre grad de som satt ved PC'en. Kategorien «Dialogisk» (23 %) viser til når læreren hadde helklassesamtaler med elevene. Karakteristisk for denne undervisningsformen var at læreren initierte en helklassesamtale med elevene. Stort sett var denne samtalen knyttet til en digital ressurs vist på interaktiv tavle, i all hovedsak fra den digitale lærerressursen i læreverket *Matemagisk*. Den resterende tiden gruppert som helklasseundervisning ble brukt til gjennomgang på whiteboard av oppgaver stort sett fra læreboka. Elevene var også her invitert inn i en samtale med fokus på felles refleksjon rundt det som ble gjennomgått. Svært lite tid ble brukt til forelesning og monolog fra lærerens side (1 % av hele tidsforløpet). Samlekategorien «Utenomfaglige aktiviteter» (19 %) viser til der læreren organiserte aktiviteter og grupper, og til aktiviteter knyttet til julefeiring.

## **4.2 Bruk av læremidler og ressurser**

Dette avsnittet fokuserer på de digitale læremidlene som ble brukt i denne casen. Vi observerer et økende fokus på digital kompetanse i skolen og at bruken av digitale læremidler stadig blir mer utbredt i alle fag. Økende bruk gir et økt behov for forskning knyttet til IKT. Vi anser det derfor som svært relevant å knytte prosjektets forskningsspørsmål til digitale læremidler i denne casen og fokuserer på a) hvilken funksjon digitale læremidler har i interaksjonen mellom lærer og elever, og b) hvordan bruk av digitale læremidler bidrar til engasjement og læring hos elever på mellomtrinnet. Vi ser spesielt på de digitale læremidlene som ble benyttet ved helklassesamtaler og par-arbeid, og analyserer læremidlene i relasjon til elevenes kompetanse knyttet til kjernebegrepene variabel og ekvivalens (jf. kapittel 2).



Figur 3. Bruk av interaktiv tavle og det digitale læremiddelet «Matemagisk». I hver likning har apekatten Nullius spist et ukjent antall bananer.

#### 4.2.1 Helklassesamtale og interaktiv tavle

##### *Visuelle representasjoner av tall og variabler i likninger*

Vi begynner med tre episoder hentet fra helklasseinteraksjoner der læreren benyttet seg av interaktiv tavle. Første utdrag er fra observasjonens andre dag, og temaet var variabler og likninger. På den interaktive tavla viste læreren utdrag fra Aschehougs «Matemagisk» om apekatten Nullius. Likningene bestod av et gitt antall bananer til venstre for Nullius, et ukjent antall bananer i munnen til apen og et gitt antall bananer til høyre for likhetstegnet. Spørsmålet var hvor mange bananer Nullius hadde i munnen. Under symbolene av bananene og Nullius stod det åpne felter. Der skulle man fylle inn det antallet bananer som fantes i likningen, samt regne ut hvor mange Nullius hadde spist. I den nederste likningen i Figur 3 var det sju bananer til venstre for Nullius og seks bananer til høyre for Nullius. Elevene hadde regnet ut at Nullius hadde én banan i munnen.

Utdrag 1<sup>14</sup>

1. Lærer: Hva kunne jeg skrevet det stykket som? Jeg kunne skrevet det som syv minus--  
2. Arne: x?  
3. Lærer: Jens?  
4. Jens: En kan skrive det som 'm', man kan skrive det som 'x'--  
5. Lærer: Ja.  
6. Flere: Man kan skrive det som--  
7. Lærer: Hvis jeg skriver det som 'x' da? Det er veldig vanlig å skrive 'x'.  
8. Jens: Ja. Og det kan skrives som masse.  
9. Lærer: Ja. Hva blir det det samme som? Jo, 6. Ser dere det?  
10. Flere: Mmm [Bekreftende]  
11. Lærer: Og så fant vi ut at x er det samme som? ((Ser på elevene)) Ida?  
12. Ida: Uhm... En.  
13. Lærer: Ja.  
14. *(Lærer og elever gjør et par likninger til med Nullius før læreren har tatt opp et nytt skjermbilde på den interaktive tavla. Denne gangen er det større plusstykke der det ukjente er forkledd som to sjørøversverd som er kryssset.)*  
15. Lærer: Her er det noen sjørøvere som er på ferde. ((Elevene rekker hånda i været)). Her står det 725 er lik 700 pluss 20 pluss--  
16. Arne: Åja!  
17. Lærer: ((Lager en håndbevegelse som ser ut som et kryss mens han samtidig ser på elevene))  
18. Hans: Sverd!  
19. Lærer: Det likner på en x nå? Gjør det ikke det? ((Ser på elevene))  
20. Flere: Jo.

Innledningsvis i utdraget stilte læreren et spørsmål til hele klassen om hvordan han kunne skrive likningen med det ukjente antall bananer som Nullius hadde spist. Uten at læreren nevnte symboler som erstatning for det ukjente antallet bananer, foreslo en elev at man kunne skrive 'x', mens en annen sa at man kunne bruke ulike bokstaver. Flere elever ville prøve seg, men læreren avbrøt og påpekte at 'x' er mest vanlig. Læreren formulerte uttrykket som til sammen skulle bli seks, søkte bekræftelse for utregningen og ba Ida bekræfte at 'x' var det samme som én. Litt senere dukket det opp skjermbilder der Nullius var byttet ut med et sjørøversverd. Læreren leste opp alle tallene i likningen høyt, men ventet litt, gjorde en håndbevegelse som illustrerte et kryss og lot elevene svare hva symbolet for det ukjente var. En elev ropte «sverd», men på oppfordring fra læreren var flere elever enige i at sverdene som var kryssset, nå liknet en 'x'.

---

<sup>14</sup> Transkripsjonsnotasjoner:

- [ ] Tekst i klammer utgjør klargjørende informasjon  
= Indikerer brudd og påfølgende fortsettelse av en ytring  
? Stigende intonasjon  
: Indikerer en forlengelse av lyd  
Understrekning: Tale med ettertrykk  
(.) Kort pause i talen  
[...] Indikerer at ytringer er tatt ut av den opprinnelige dialogen  
-- Indikerer at talerens ytring er ufullstendig  
((kursiv)) Ikke-verbal aktivitet



Utdraget viser en lærerstyrt helklassesamtale der læreren stod ved den interaktive tavla og styrte det som skjedde på skjermen, mens elevene satt ved plassene sine. Læreren vektla at den ukjente størrelsen kan ha ulike symboluttrykk, men at 'x' er den mest vanlige representasjonen. Elevene fulgte med og deltok aktivt i samtalen. Læreren brukte ulike symboluttrykk for variabelen («den ukjente») i likningen. Først brukte han apen Nullius og bananene, der Nullius' bulende kinn representerte variabelen. Nullius' artige ansiktsuttrykk skapte engasjement. I siste del av utdraget tok læreren i bruk et nytt symbol for variabel: to sjørøversverd som var krysset og dannet en 'x'. I tillegg gestikulerte han en 'x' med armene sine. På denne måten laget læreren et forløp der han skapte engasjement og la til rette for at elevene skulle forstå hva en variabel er. 'x' som en vanlig skrivemåte for den ukjente ble problematisert, og andre representasjoner fikk en sentral plass. Det kunne tyde på at flere av elevene forstod at uttrykk med en ukjent kan skrives med andre symboler enn Nullius eller sjørøversverd. Jens foreslo 'm' og 'x', og læreren forklarte hva som er mest vanlig. Elevene viste også at de var i stand til å regne ut verdien av den «ukjente» i likningen. Læreren tok seg tid til å introdusere sjørøversverd slik at elevene ikke «hoppet» rett fra Nullius til 'x', men fikk en rikholdig pendling mellom hverdagspråk og bruk av symboler.

### *Likhetstegnets betydning*

Neste utdrag fokuserer på elevenes forståelse av likhetstegnet og ekvivalens og på hvordan læreren la til rette for elevenes begrepsforståelse. Utdraget er fra slutten av dag 2, ca. 5 minutter etter forrige utdrag. Elevene jobbet individuelt med oppgaver i boka. Oppgavene i boka var likninger der elevene skulle finne verdien for to sjørøversverd som var krysset. Læreren hadde bedt elevene om å bruke 'x' istedenfor sjørøversverd som symbol for det tallet de skulle finne verdien av. Etter en runde med individuell veiledning vendte læreren tilbake til den interaktive tavla og påkalte elevenes oppmerksomhet.

### **Utdrag 2**

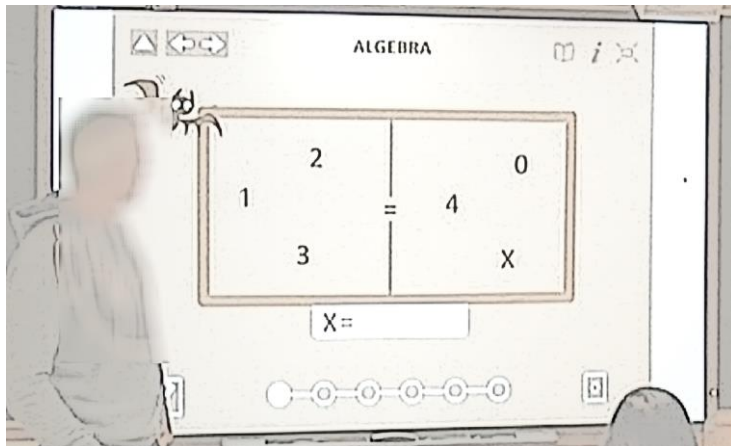
1. Lærer: En ting vi ikke har snakka så mye om-- ((Tegner likhetstegnet på den interaktive tavla)).
2. Arne: Er lik!
3. Lærer: Hva betyr det? ((Ser på elevene mens han beveger seg litt ut i rommet. Flere elever strekker hånda i været)). Arne?
4. Arne: Det derre betyr er lik.
5. Lærer: Hva betyr det at noe er likt?
6. Arne: På en måte likt. Nei, jeg er litt usikker.
7. Lærer: Ja? ((Peker på en annen elev))
8. Nils: At noe er likt? Nei, det vet jeg ikke.
9. Lærer: Marit?
10. Marit: Jeg vet at 15 kroner er svaret på en måte, men når du trekker sammen hva svaret blir-- ((Læreren skriver  $10 + 5$  på ene siden av likhetstegnet)) Det kan bety på en måte--

11. Lærer: Hva tror du skal stå der nå? *((Nesten alle elevene reiser hånda i været))*
12. Marit: 15
13. Lærer: Ja? *((Skriver 15 på andre siden av likhetstegnet))* Kunne det stått noe annet? *((Ingen har hånda oppe))* Knut?
14. Knut: Kunne det stått x?
15. Lærer: Det kunne det godt. Og da hadde du kanskje trodd at x var 15, men kunne det stått-- *((Skriver opp  $5 + 10 = 7 + 8$  på den interaktive tavla))* Er det riktig?
16. Flere: Ja.
17. Lærer: Marit?
18. Marit: Åja= ja. På en måte= De to på hver side betyr det samme.

I utdraget ser vi at Arne raskt gjenkjente likhetstegnet, og læreren spurte så hva tegnet betyr. Flere elever mente at de visste svaret, og Arne svarte at likhetstegnet betyr «er lik». Læreren spurte videre hva det betyr at noe er likt. Arne og flere av elevene virket usikre. Marit prøvde seg fram med at 15 kroner er svaret, til tross for at det kun var skrevet et likhetstegn på tavla. Lærerens respons var å skrive opp  $10 + 5$  på den ene siden av likhetstegnet. Marit var fortsatt usikker, men etter at læreren spurte hva som skulle stå på den andre siden, rakk alle elevene opp hendene, og Marit svarte 15. Læreren spurte så om det kunne stått noe annet istedenfor 15, og da ble elevene usikre igjen. Læreren spurte Knut, som prøvde seg med 'x', noe læreren var enig i, men han fortsatte umiddelbart med andre kombinasjoner av tall lik 15. Da virket det som at elevene forstod, og Marit utbrøt at summene på hver side betyr det samme.

Utdrag 2 viser en lærerstyrt helklassesamtale om likhetstegnets betydning. Elevene deltok aktivt i samtalen som læreren styrte. Læreren hadde ikke forberedt aktiviteten, men improviserte med bakgrunn i den individuelle veiledningen han nettopp hadde gitt. Utgangspunktet for aktiviteten virket å være at elevene hadde problemer med å finne ut hva 'x' skulle være i en likning for at summene på begge sider av likhetstegnet skulle ha samme verdi. Formålet med aktiviteten var å hjelpe elevene til å forstå hva likhetstegnet i en likning betyr. Vi vil trekke fram to poenger fra utdraget. For det første gjenkjente elevene likhetstegnet, men da de skulle forklare hva det betyr at noe er likt, ble de usikre. Da kun likhetstegnet var tegnet på tavla og begrepet «likt» kun ble referert til i en samtale, hadde de problemer med å sette ord på hva det betyd, eller gi eksempler. For det andre så vi et skifte i samtalen etter at Marit prøvde å gi et eksempel da læreren hadde skrevet  $10 + 5$  på den ene siden av likningen og så spurte hva som skulle stå på den andre siden av likningen. Ved å formidle gjennom enkle tall og addisjon, som elevene hadde kapasitet til å regne ut, fikk de noe konkret å forholde seg til. Med utgangspunkt i det kunne læreren vise ulike kombinasjoner på høyre og venstre side av likningen for å illustrere hva som var likt (ekvivalent). På den måten kunne han legge til rette for elevenes begrepsforståelse av at noe er likt. Tallkombinasjonene på hver side av likhetstegnet betyr det samme, som Marit påpekte.

*Visuell representasjon av likhetstegnet som en ekvivalensrelasjon*



**Figur 4.** Læreren har hentet opp en visualisering av algebra i «Matemagisk».

Utdrag 2 var fra helt mot slutten av dag 2, og aktiviteten var i høy grad gjenstand for improvisasjon fra lærerens side med bakgrunn i den individuelle veiledningen rett i forkant. Det virket som om elevene hadde skapt mening ut av eksemplet som læreren satte opp. Det neste utdraget er fra helt i begynnelsen av dag 3, der læreren fortsatte undervisningen med likhetstegnet som tema. Læreren brukte et læremiddel fra «Matemagisk» på den interaktive tavla. Det bestod av en boks med to felter på hver sin side av et likhetstegn, og det inneholdt tall og x (Figur 4). I det venstre feltet var det tre tall som til sammen ble 6, mens i høyre felt var det to tall som til sammen ble 4, samt en x.

**Utdrag 3**

1. Lærer: Husker dere vi snakket om likhetstegnet i går? *((Flere elever sier ja. Lærer peker på likhetstegnet mellom to felter i en boks på den interaktive tavla))* Hva ser dette ut som? Marit?
2. Marit: At det kan se ut som at... Jeg tror det er et regnestykke der hva er x'en, og det... *((Ikke hørbart da flere av barna hoster))*
3. Lærer: Mmm [Bekreftende]
4. Marit: Fordi at *((ikke hørbart))* på en måte--
5. Lærer: Ser dere hva dette er? *((Peker på ytterkantene av boksen))* Hva ser dette ut som?
6. Ola: En boks!
7. Lærer: Vet dere hva jeg tenker på? Jeg tenkte på at det her ser ut som en fotballbane.
8. Flere gutter: Ja!
9. Lærer: Og hva er det som er litt ålreit i fotball?
10. Nils: Ha et lag!
11. Lærer: Ja, eller to.
12. Nils: Hæ? Ja, ok. To lag!
13. Lærer: To lag. Og de to lagene tenker jeg bør være like gode for at det skal være morsomt.
14. Nils: Ja.
15. Lærer: Ikke sant? Og da ser dere at denne spilleren her *((peker på 3-tallet i feltet på venstre side))* er en 3'er på skalaen, kanskje. Og han er en 1'er, og han er en 2'er. Så til sammen, hvor gode er de? *((flere elever rekker hånda i været))*
16. Lærer: Ove?
17. Ove: 6!

18. Lærer: Ja! ((Peker på 4-tallet i feltet på høyre side)) Her er en ganske god spiller. Og her er en ikke så god spiller. ((Peker på 0. Peker deretter på x'en))
19. Jens: Oj!
20. Lærer: Hvor god må denne spilleren være for at det skal være like godt lag? Lise?
21. Lise: 2!
22. Lærer: 2!

Utdrag 3 viser læreren, som stod ved den interaktive tavla, pekte på symbolene på tavla, spurte elevene hva de så, og forklarte hva han så (en fotballbane). Flere av guttene var enige. Læreren fortsatte fotballmetaforen i interaksjon med en av guttene og konstaterte at på en fotballbane trengs to lag, og at lagene bør være like gode. Læreren pekte og forklarte at tallene inne i venstre felt viste hvor gode de ulike spillerne var, og sammen med to av guttene kom de fram til hvor gode spillerne på venstre side var til sammen. Læreren gjorde tilsvarende for høyre felt, og ba tilslutt Lise regne ut hvor god spilleren representert ved en x måtte være for at lagene skulle være like gode. Det løste Lise uten problemer.

Lærerens formål med aktiviteten var å legge til rette for en begrepsforståelse av likhetstegnet, som de så vidt hadde diskutert dagen før, og av ekvivalens. Læreren var opptatt av å tilrettelegge for elevenes meningsdannelse ved hjelp av en metafor han hadde forberedt godt før timen startet. Vi observerer at læreren ikke gikk inn i en begrepsmessig diskusjon med utgangspunkt i Marits situasjonsbetingede forståelse av hva likhetstegnet så ut som. Han ga i stedet ny retning til interaksjonen med elevene ved å lede elevenes meningsdannelse om hva boksen, feltene og symbolene i feltene representerer. Videre prøvde læreren å gjøre undervisningen relevant og engasjerende for elevene gjennom å referere til lek og spill som han antok at elevene kjente til. En fotballbane med to felter og en skala for hvor gode de ulike spillerne er, kan relateres til fotballspill på PC og mobil der man bruker liknende visualiseringer. For flere av guttene virket dette relevant ved at de viste engasjement, og de fleste som svarte, var gutter. Læreren prøvde med andre ord å gjøre bruk av elevenes forhåndskunnskaper. Med antakelsen om at elevene ville finne fotballmetaforen relevant basert på egne erfaringer, var det rimelig å anta at de enkelt kunne regne ut hvor god spilleren med «rating» 'x' måtte være for at lagene skulle være like gode.

Imidlertid er det uklart hvorvidt denne episoden speiler en undervisningsøkt som la til rette for en begrepsforståelse av likhetstegnet. Læreren ga ikke selve tegnet noen spesiell plass i metaforen. Han brukte likhetstegnet i innrammingen og sa at lagene burde være like gode, men de fleste referansene gikk ut på at det var en fotballbane og en skala på hvor gode de ulike spillerne i de to feltene var. Likhetstegnets betydning fikk ikke noen spesiell rolle da han skulle forklare hvor mye 'x' måtte være for at lagene skulle være like gode.

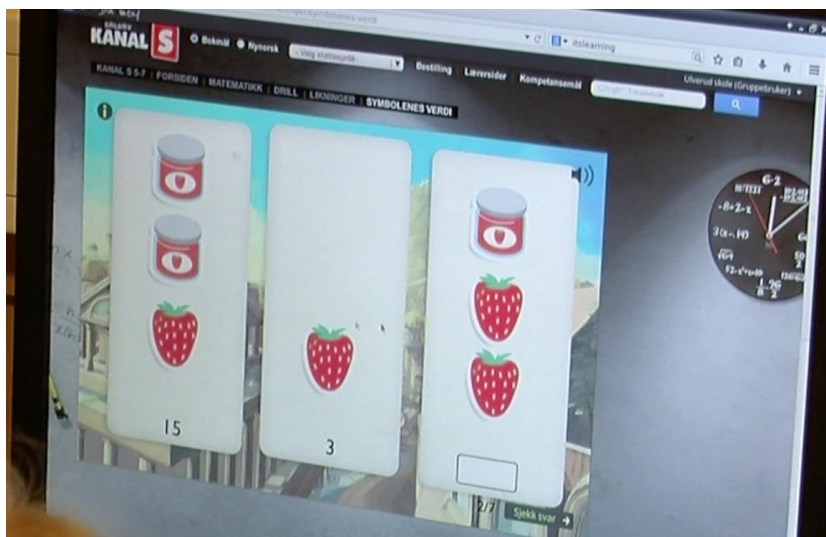
#### 4.2.2 PC-spill og elevsamarbeid

Elevene brukte ca. 21 % av tiden til å spille spill sammen i par ved datamaskinen. Elevene spilte i all hovedsak to spill: Salabys «Symbolenes verden» fra Gyldendal og «Bike Racing Math Algebra» fra Math Nook (se beskrivelse av spillene i 3.1.3). Elevene fikk tilgang til spillene ved å logge inn i itslearning, der læreren hadde lenket opp forskjellige digitale læringsressurser i algebra som elevene kunne bruke.

Følgende avsnitt analyserer to episoder med henblikk på hva som karakteriserte spillenes funksjon i interaksjonen mellom elevene, og hvordan spillene bidro til læring og engasjement. De to utdragene blir først presentert etter tur og deretter analysert sammen. I analysen sammenliknes de to spillene med vekt på engasjement og hvordan de stimulerer til matematisk forståelse.

##### «Symbolenes verden» fra Gyldendal

Utdrag 4 er hentet fra slutten av dag 2. Halvparten av elevene i klassen spilte parvis «Symbolenes verden» på PC mens den andre halvparten jobbet med oppgaver fra boka. Etter ca. 25 minutter byttet de. Spillet har ulike mønstre av symboler med ukjente verdier som elevene må regne ut for å finne verdien av likningen til høyre. Her følger vi Heidi og Jan som jobber med den tredje oppgaven i spillet, vist i Figur 5.



Figur 5. Spillet «Symbolenes verden» fra Gyldendal. I spillet skal elevene regne ut verdien av de ulike symbolene for så å regne ut likningen til høyre og fylle ut det tomme feltet.

## Utdrag 4

1. Heidi: Skal vi se, uhm.
2. Jan: Du ser at de her er 15 ((peker på likninga til venstre med de to glassene og jordbæret)) og den er 3 ((peker på jordbæret som står alene i likningen i midten)). Så det var tre ((peker på jordbæret i likning til venstre)).
3. Heidi: Da er de der ((fører musepekeren over glassene)), de må være--
4. Jan: Da må det være 6 ((holder pekefingeren på det øverste glasset)). Fordi  $6 + 6$  ((peker på glasset nedenfor)) er  $12 + 3$  ((peker på jordbæret)) er 15.
5. Heidi: Mmm [bekreftende]. Så da er ((holder musepeker på glasset i likningen med ukjent svar))  $6 + 3 + 3$  ((lar musepekeren gå ned på de to jordbærene))
6. Jan: Det er 12.

Heidi var litt usikker på hvordan de skulle angripe oppgaven, mens Jan raskt oppdaget en mulig løsning. Han pekte først på at i likningen helt til venstre utgjorde to glass og ett jordbær til sammen 15, og like etterpå refererte han til at jordbæret i likningen i midten var lik 3. Deretter påpekte han at jordbæret i likningen til venstre da også var 3. Heidi var med på resonnementet, og før hun fikk regnet ut verdien av ett glass, konstaterte Jan at det måtte være 6. Deretter forklarte han hvorfor to glass og ett jordbær måtte være lik 15. Heidi var enig, og deretter ga hun verdier til glasset og de to jordbærene i likningen til høyre, som Jan summerte til 12.

«Bike Racing Math Algebra» fra Math Nook



Figur 6. Line og Reidar spiller «Bike Racing Math Algebra». Elevene skal regne ut stykket rett under bildet av motorsykkelen og deretter klikke på ett av de fire svaralternativene under likningen.

Det neste utdraget er hentet fra dag 4. Line og Reidar skulle spille og hadde startet opp «Bike Racing Math Algebra» fra Math Nook (Figur 6). De to elevene var motorsykkelfører i en konkurranse mot spillets motorsykler, og elevene skulle regne ut variabelen 'y' i pluss- og minusstykker. Spillet ga fire svaralternativer, og hver gang elevene klikket på korrekt svar for y på en oppgave, kjørte motorsykkelen fortere. Svarte de feil, kjørte motorsykkelen saktere.

Poenget med spillet er å komme først i mål blant motorsyklene som er med i løpet, samt at man kan komme på en «high-score»-liste hvis prestasjonen samlet til slutt er god nok. Første oppgave var  $y - 16 = 3$ , og de kunne klikke på ett av svaralternativene: 13, 15, 21 og 19. Reidar satt med musepekeren og klikket på svarene de bestemte seg for.

#### Utdrag 5

1. Line: Jeg vil ta sånne ((peker på minussymbolet i likningen)). 16... 19!
2. Reidar: ((Reidar klikker på 19, og svarknappen blir grønn)). Ja, bra! ((Neste oppgave kommer opp:  $y + 12 = 22$ )). Uhm... Det der er... 10! ((Klikker på 10, og svarknappen blir grønn. Neste oppgave kommer opp:  $y - 14 = 3$ ))
3. Line: ((Bruker tre fingre til å telle opp)) 17!
4. Reidar: 17 ((Klikker på 17, og svarknappen blir grønn. Neste oppgave kommer opp:  $y - 9 = 11$ . Samtidig kjører de forbi et par motorsyklar i spillet)) Vi tar alle de igjen.
5. Line: ((Teller på fingrene)) 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20!
6. Reidar: Oohh! ((Klikker på 20, og svarknappen blir grønn. De kjører forbi flere motorsyklar i spillet. Neste oppgave kommer opp:  $y + 12 = 21$ )).
7. Line: Ahh! ((Vifter med hendene i begeistring))
8. Reidar: Så bra start! Uhm... 9! ((Ler og ser på Line som holder seg for munnen mens hun med vidåpne øyne stirrer på spillet))

Line sa at hun ville ta minusstykkene, og regnet deretter svaret på første likning i hodet. Reidar bekreftet, de fikk riktig svar, og Reidar berømmet Line. Den neste oppgaven var et plusstykke som Reidar ganske raskt kalkulerte i hodet, og oppgaven etter det var et minusstykke hvor Line brukte fingrene for å telle seg fram til svaret. Det var korrekt regnet ut, og Reidar ble lettere begeistret da deres motorsykel tok igjen andre motorsyklene i spillet. Den neste oppgaven var også et minusstykke, og Line telte seg raskt fram til et svar på fingrene. Det var korrekt, og både Reidar og Line uttrykte sin begeistring idet de kjørte forbi enda flere av konkurrentene i spillet. Den siste oppgaven i utdraget var et plusstykke som Reidar ganske raskt kalkulerte i hodet. Begge elevene var entusiastisk deltagende gjennom denne sesjonen.

#### Analyse av utdragene fra begge PC-spillene

I utdrag 4 observerte vi at elevene resonnererte seg fram til et svar. Ved å ta utgangspunkt i at et jordbær er lik 3 i den midterste likningen, deduserte Jan seg fram til at de to glassene i venstre likning måtte være lik 12. Siden  $6 + 6$  er lik 12, så måtte hvert glass være lik 6. Heidi var umiddelbart med på resonnerementet og var enig. Da de hadde funnet ut at et jordbær var lik 3 og hvert glass var lik 6, var det lett å regne ut den siste likningen. Her må det imidlertid nevnes at de fleste elevene deduserte seg fram til symbolenes verdi i oppgave 1, 2, 3 (denne oppgaven) og 4. Etter det ble oppgavene såpass vanskelige at elevene ikke fikk det til. Fram til oppgave 4 observerte vi også ansatser til prøving og feiling hos noen av parene. Det som imidlertid kjennetegnet spillet som ble brukt i utdrag 4, var at elevene ved prøving og feiling

sjelden kom fram til riktig svar og dermed heller ikke hadde noen progresjon i spillet. De var avhengig av å løse oppgaven korrekt, eller spørre paret som satt ved siden av, om verdiene av de ulike symbolene for oppgaven de strevde med.

I utdrag 5 regnet elevene så raskt de kunne uten å gi noe resonnement eller fortelle hvordan de tenkte. Spillet virket heller ikke å legge opp til det, men vektla i stedet at raske utregninger ga motorsykkelen større fart slik at man kunne vinne. Utdraget viser at de to elevene brukte ulike strategier for å løse oppgavene. Reidar løste oppgavene ved hoderegning, mens vi hos Line så en utstrakt bruk av fingertelling, noe som ikke er uvanlig for elever på dette trinnet. Det kan også være med på å forklare hvorfor hun valgte å utføre minusstykkene, ettersom hun da bare kunne telle opp svaret pluss det kjente tallet for å finne 'y'. For henne ville det vært komplisert å bruke en tilsvarende metode for plusstykkene, ettersom hun da måtte ha talt baklengs. De fleste av elevene vi observerte, gjorde utregningene i hodet, men det var også tydelig at når de ble usikre, så sjekket de ofte ved å bruke fingertelling. Etter hvert fant elevene ut at multiplikasjonsoppgaver ga høyere uttelling på «high score»-listen enn addisjon og subtraksjon. Men istedenfor å prøve å regne ut stykkene, gikk elevene heller over til prøving og feiling ved svært raskt å klikke med musen og prøve ut svaralternativene spillet tilbød på hver oppgave, for på den måten å få motorsykkelen til å kjøre så fort som mulig. Samtidig var ikke prøvingen og feilingen ren gjetting, ettersom noen av elevene utviklet strategier for hva som var en rimelig grense for hva svaret kunne være. Ved et slikt overslag ble prøvingen og feilingen begrenset til to-tre svaralternativer istedenfor fire.

Et viktig poeng i utdrag 5 er at elevene var synlig begeistret mens de spilte. Elevene var i høy grad orientert mot skjermen og spillet, og de holdt fokus gjennom hele sesjonen. Ytringer og kroppsspråk tydet på de syntes det var gøy, og de virket spesielt motiverte når de kjørte forbi andre motorsyklere eller fikk et godt resultat på «high score»-listen. I et læringsperspektiv er det ingen tvil om at spillet virket engasjerende, noe som er en viktig forutsetning for at det kan skje læring. Samtidig er det tydelig at spillet ikke eksplisitt stimulerte til å utvikle matematisk forståelse med hensyn til sentrale begreper. I stedet virker det som at spillet ga en viss mengdetrening, men at elevene først og fremst lærte seg spillets mekanismer for å prestere i forhold til de andre motorsyklene i spillet og «high-score»-lista. I det andre spillet derimot (utdrag 4) ga ikke elevene direkte uttrykk for entusiasme, slik vi observerte det, men brukte tid på resonnementet og holdt fokus. I dette spillet var det ingen faktorer som gjorde at elevene måtte holde tempoet oppe for å klare oppgaven. Spillet krevde kun at elevene på en



eller annen måte måtte finne ut hva verdien av hvert symbol var, for så å regne ut siste likning i oppgaven.

### 4.3 Engasjement og læringsutbytte

I dette avsnittet ser vi nærmere på elevenes engasjement gjennom undervisningsforløpet og presenterer analysene fra pre- og posttestene, med fokus på elevenes læringsutbytte. Observasjonene i klasserommet viser at elevene virket engasjerte gjennom hele undervisningsforløpet. Under helklassesamtaler hadde læreren stort sett en digital ressurs vist på interaktiv tavle, som i all hovedsak var fra læreverket *Matemagisk* sin digitale lærerressurs. Da brukte læreren ofte å invitere elevene individuelt opp til tavla for å løse oppgaver. Under observasjonene virket det som at elevene likte dette, og under intervjuet i etterkant var det flere som nevnte at de satte pris på akkurat det. I tillegg brukte læreren også andre metoder til å engasjere klassen. For eksempel var han observant på hva elevene likte i hverdagen, og brukte det som anker for helklassesamtaler, slik som i utdrag 3 i forrige avsnitt. I tillegg fortalte elevene under intervjuet at de satte pris på gåter eller grubleoppgaver som læreren brukte å gi elevene ved slutten av en time. Da fikk elevene gruble på dette i friminuttet, og så diskuterte de ulike svar i begynnelsen av neste time.

Ved individuelt arbeid jobbet elevene i par, og de jobbet stort sett godt med oppgavene. Et trekk som var svært tydelig ved det individuelle arbeidet, var at elevene ofte rakk opp hånda når de trengte hjelp. De prøvde i svært liten grad å samarbeide med sidemannen eller spørre denne om hjelp, men ventet istedenfor på lærer eller hjelpelærer. Under intervjuet bekreftet elevene dette, og mente det var fordi de ikke satt i par med den som de liker best. Samtidig mente de at når de fikk sitte i par med den de liker best, så ble det gjerne mye utenomfaglig snakk og litt mye støy.

Det som ga klart mest engasjement i løpet av undervisningsforløpet, var par-arbeidet der elevene fikk spille på PC. Dette var entydig både gjennom observasjoner og i intervjuene i etterkant. Elevene virket svært fokuserte under spilling av både «Symbolenes verden» og «Bike Racing Math Algebra». Ved spilling av «Symbolenes verden» samarbeidet elevene i høy grad når de prøvde å resonnerer seg fram til svaret, men oppgavene ble raskt såpass vanskelige at de måtte gi opp etter en stund. Både observasjonene og intervjuene viste at spillet «Bike Racing Math Algebra» ga klart mest engasjement og entusiasme. Elevene spilte i høyt tempo, virket opprømte, og parene observerte gjerne hverandre for å se hvordan de andre

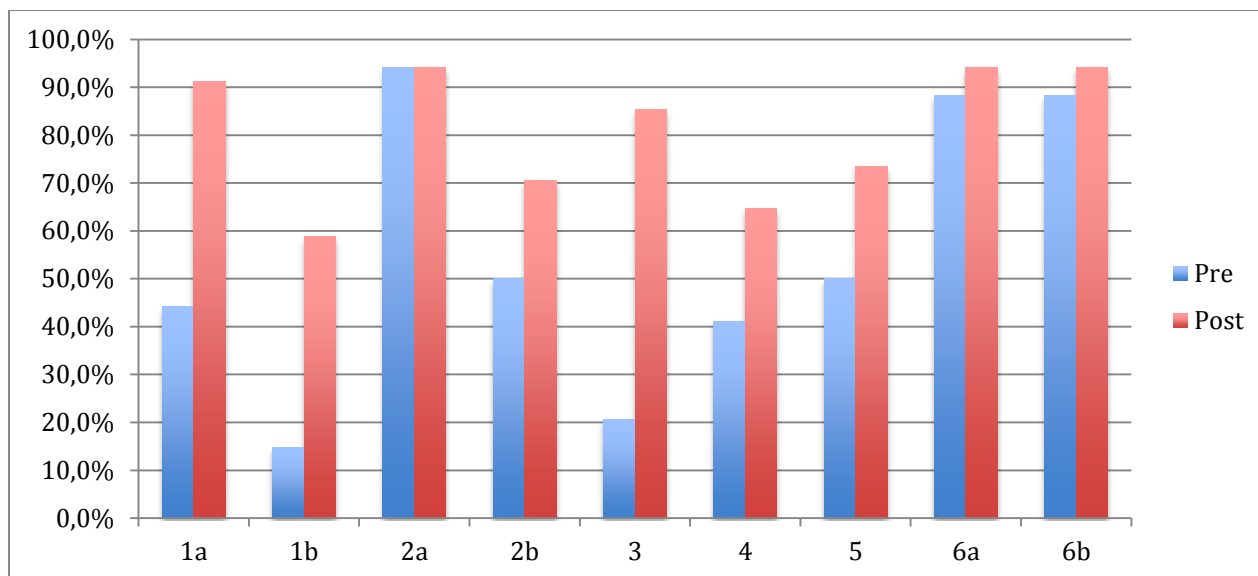
parene presterte. Læreren nevnte under intervjuet at han likte å variere og differensiere undervisningen. Noen elever har vansker med formidlingsformene i læreboka eller med å uttrykke seg skriftlig, og da er spill en fin måte å variere på, ifølge læreren. Spill formidler stoff på en annen måte enn boka, gir en viss mengdetrening og skaper gjerne mer engasjement. Imidlertid ble læreren etter hvert litt kritisk til elevenes bruk av «Bike Racing Math Algebra», fordi elevene i sin iver etter å score mest mulig poeng, begynte med strategisk prøving og feiling, slik vi nevnte i forbindelse med utdrag 5 i forrige avsnitt. Ved strategisk prøving og feiling kommer matematikken i bakgrunnen og spillets mekanismer i forgrunnen.

#### **4.3.1 Resultater fra pre- og posttester**

Som mål på elevenes læringsutbytte ble det foretatt pre- og posttester. Pretesten ble foretatt rett før selve undervisningsforløpet startet, mens posttesten ble tatt rett etter, men før intervjuene. Vi har som tidligere nevnt brukt parett t-test for å sjekke om gruppene har noen signifikant framgang, og deretter brukt Cohen's  $d$  for å si noe om effektstørrelser. I alt deltok 17 av 23 elever på både pretest og posttest. Testene besto av 9 spørsmål (se vedlegg 2), og maksimal score var 15 poeng på begge testene. Resultatene av parett t-test viser en signifikant framgang fra pretest (gj.snitt = 7,12; standardavvik = 2,29) til posttest (gj.snitt = 11,71; standardavvik = 2,02),  $t(16) = 6,685$  for klassen som helhet ( $p < 0,05$ ). Når det gjelder effektstørrelse fant vi Cohen's  $d = 2,13$ , noe som tyder på stor framgang i prestasjon fra pretest til posttest.<sup>15</sup>

---

<sup>15</sup> Effektmessig så regnes Cohen's  $d > 0,2$  som liten effekt, Cohen's  $d > 0,5$  som medium effekt og Cohen's  $d > 0,8$  som stor effekt (Cohen, 1992; Li & Ma, 2010). Med medium effekt menes en størrelse som er synlig for den som observerer (Cohen, 1992).



**Figur 7. Prosentvis score (y-akse) på pretest og posttest per spørsmål (x-akse).**

Figur 7 viser prosentvise forskjeller i resultater mellom pretest og posttest for hvert enkelt spørsmål. Vi observerer at det er spesielt fire spørsmål som peker seg ut. Spørsmål 1a) og 1b) er ment å synliggjøre ulike representasjoner for variabel («den ukjente») og å få elevene til å sette ord på hva som er «den ukjente». Elevene hadde stor framgang på disse to oppgavene, og fortalte under intervjuet at de syntes disse to oppgavene var de som i starten virket vanskeligst og litt forvirrende. Etter at de hadde lest i boka og hatt helklassesamtaler om ulike måter å vise  $x$ 'en på, forstod de imidlertid disse oppgavene. På pretesten syntes de også at oppgave 3 var vanskelig. Spørsmålet er hentet fra boka og omhandler elevenes forståelse av bokstavenes betydning. Å lage en hverdagshistorie der de knytter en bestemt mening til bokstavsymbolene, som også står i en sammenheng med hverandre og gitte tall, kan potensielt indikere hvilken forståelse elevene har av bokstavenes betydning. Underveis i undervisningen jobbet elevene med dette både i form av helklassesamtaler og individuelt med oppgaver fra boka. De hadde derfor ingen store problemer med å konstruere en historie som passet til et algebraisk uttrykk under posttesten, og under intervjuet husket flere den historien de hadde konstruert under posttesten. Oppgave 2a) er ment å teste elevenes forståelse av likhetstegnet. Testresultatene tyder på at elevene gjenkjente tegnet også i pretesten, selv om de hadde litt problemer med å forklare hva likhetstegnet betyr (se utdrag 2 og 3, og pre- og posttestens oppgave 2b). Vi spurte elevene under intervjuene om hva de mente bidro mest til forbedringene i prestasjonen fra pretest til posttest. De mente at alt hadde bidratt litt, men at det som var viktigst, var læreren når han underviste på tavla eller ga individuell hjelp.

#### 4.4 Oppsummering av funn

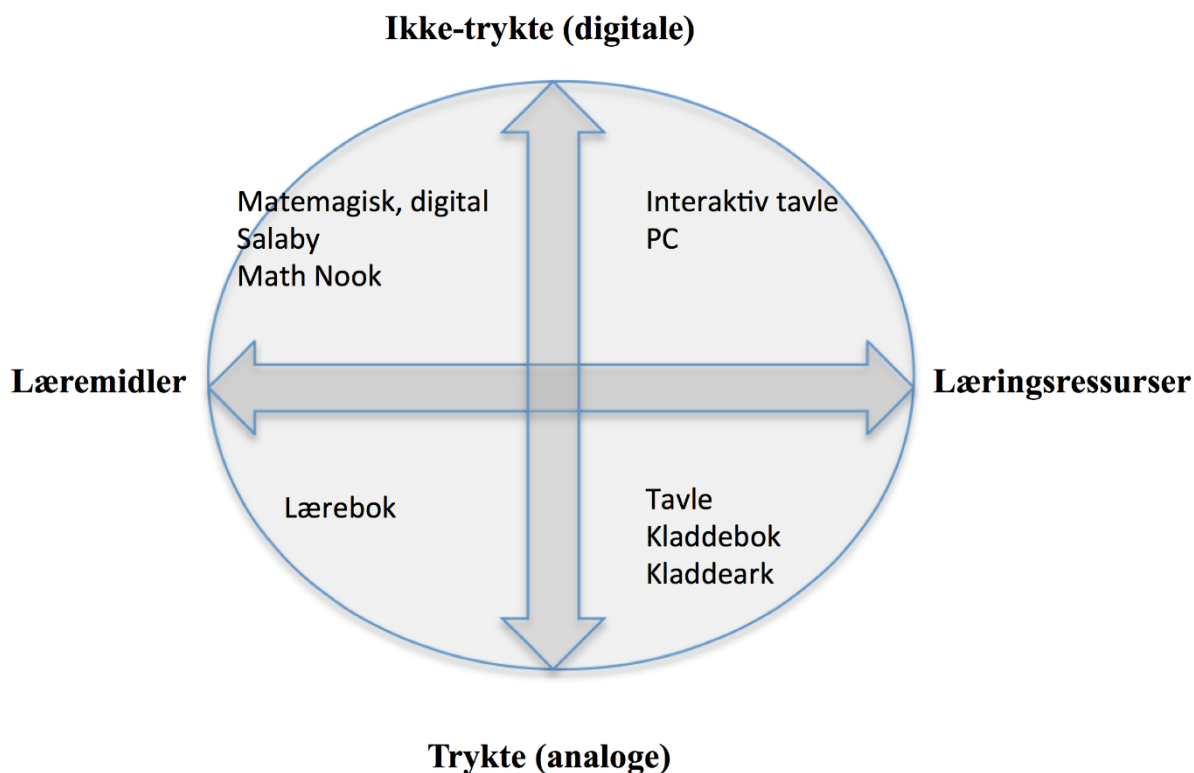
Dette avsnittet oppsummerer de viktigste empiriske funnene fra analysen. Disse funnene vil i det påfølgende kapitlet bli drøftet i lys av relevant litteratur fra kapittel 2, med særlig vekt på forskningslitteratur knyttet til hhv. bruk og læringspotensial av digitale læremidler, og læring og undervisning av algebra. Vi har i analysen sett spesielt på digitale læremidler brukt på interaktiv tavle og algebra-spill på PC.

Når det gjelder bruken av interaktiv tavle i helklassesamtaler, så ser vi at læreren vektla sentrale matematiske kompetanser som begrepsforståelse og resonnement i sin undervisning. Kjernebegrepene variabel og ekvivalens, der en forståelse av likhetstegnets betydning er sentral, fikk en framtrædende rolle i undervisningen. Læreren la opp til målrettede diskusjoner, der visualiseringer gjennom digitale læremidler som «Matemagisk» vist på interaktiv tavle spilte en sentral rolle. Læremidlene bidro til å skape engasjement og motivasjon for å lære, blant annet med bakgrunn i artige og fargerike figurer som fungerte som representasjoner for begreper (for eksempel bruken av «Matemagisk» og apekatten Nullius for å representere variabler). Den interaktive tavlen bidro til utforskning av ulike representasjoner av fenomener på en visuell og interaktiv måte. Vi ser eksempler på at læreren knyttet representasjonene til hverdagsfenomener relevante for elevene, og på at han konkretiserte generelle ideer gjennom bruk av enkle talleksempler.

Når det gjelder bruk av PC-spill, så vi at spillene ga fokus i par-samarbeid. Det var en tydelig forskjell mellom par-samarbeidet med datamaskinen og par-samarbeidet med oppgaveløsning på papir. Det førstnevnte var et engasjert samarbeid preget av felles aktivitet og oppgaveløsning, mens det sistnevnte i praksis ble nesten utelukkende individuelt arbeid med lærerstøtte. Selv om elevene samarbeidet godt i begge spillene, observerte vi et betydelig større engasjement knyttet til motorsykkelspillet enn til «Symbolenes verden», noe som kan forklares med blant annet tempoet i motorsykkelspillet og fokuset på konkurranseelementet. Imidlertid var motorsykkelspillet svakere når det gjelder å legge til rette for matematisk resonnement og samtale. Elevene kunne i høy grad prøve og feile og allikevel prestere bra, mens det i spillet «Symbolenes verden» ble lagt vekt på mønstergjenkjenning og resonnement. I det sistnevnte spillet jobbet elevene med ganske avansert algebra ved hjelp av visuelle representasjoner. Slik kan spillet bidra til å øve algebraisk resonnement, som er viktig for å forstå variabelbegrepet og betydningen av uttrykk, likninger og funksjoner hvor variablene inngår.

## 5 Drøfting av funn

Denne casen i matematikk har analysert undervisningsaktiviteter gjennom tre uker i en klasse på 5. trinn i temaet algebra. Dersom vi legger til grunn de begrepene som brukes i definisjonen av læremidler (se vedlegg 1), kan vi tegne to akser som gjelder alle de 12 casene i *ARK&APP*, og plassere denne siste casen i matematikk på denne måten:



Figur 8. Bruk av læremidler og læringsressurser i case 11, matematikk

Aktiviteten har vekslet mellom helklassesamtaler, individuelt arbeid og arbeid i par. I analysene har vi hatt et særlig fokus på a) interaktiv tavles funksjon i helklassesamtaler og b) par-samarbeid knyttet til algebra-spill på PC. Funns fra de empiriske analysene (se avsnitt 4.4) vil i dette kapitlet drøftes i lys av relevant litteratur presentert i rapportens andre kapittel.

## 5.1 Bruk av digitale læremidler på interaktiv tavle i helklasse

Læreren i denne casen la tydelig vekt på at elevene skulle tilegne seg et bredt spekter av matematiske kompetanser i tråd med Kilpatrick et al. (2001) sitt rammeverk (se avsnitt 2.1). Han la til rette for diskusjon om grunnleggende begreper (*begrepsforståelse*), stimulerte engasjement (*engasjement*) og ba elevene resonnere (*resonnementserferdigheter*), mens de mer prosedurale ferdigheter (*prosedyreferdigheter*) ble lagt til oppgavetrening og individuell veiledning og gruppeveiledning.

Som drøftet innledningsvis i kapittel 2.1 vet vi at mange elever har vansker med matematikk generelt, og med emneområdene tallregning og algebra spesielt. Det å forstå hva en variabel er og å forstå betydningen av likhetstegnet og ekvivalensrelasjoner, er helt sentralt for å utvikle en dypere algebraisk kompetanse og dermed få mening ut av algebraiske prosedyrer og formalisme (Alibali et al., 2007; Kieran, 2007; Knuth et al., 2006; Küchemann, 1981; Naalsund, 2012). Læreren i denne casen la stor vekt på disse kjernebegrepene og på at elevene skulle utvikle begrepsforståelse. Våre eksempler viser hvordan relativt enkle elementer på den interaktive tavlen (en apekatt som spiser bananer som symbol for 'x', en fotballkamp som symboliserer en likning, en 'x' som har form av kryssede sverd) stimulerte elevene til aktivt å jobbe med grunnleggende begreper. Dette ble gjort mulig gjennom den interaktive tavla, som åpner for digitale læremidler som «Matemagisk». Slike læremidler skaper potensial for engasjement og læring gjennom interaktive og fargerike figurer og animasjoner, og appellerer til elevenes livs- og fritidsverden. På den måten kan elevene bli orientert mot tavla og delta aktivt i helklassesamtalen. Dette gir læreren så mulighet til å bygge bro mellom representasjonene, elevenes muntlige bidrag og kjernebegreper. Flere representasjoner av samme fenomen har vist seg effektivt for å utvikle dypere matematisk forståelse og bedre problemløsningskompetanse (Arcavi, 2003; NCTM, 2014). Digitale læremidler, som for eksempel «Matemagisk», kan bidra til å utforske ulike representasjoner av fenomener på en mer visuell og interaktiv måte, og dermed bidra til en dypere forståelse av fagstoffet (Hershkowitz, Yabach og Dreyfus, 2016; Sinclair og Baccaglioni-Frank, 2016).

Likhetstegnet blir satt inn i litt forskjellig kontekst, først diskutert gjennom et enkelt eksempel på ekvivalens og så ved å bruke en fotballbane med elementer som flere av elevene kjenner fra digitale fotballspill. Læreren ser behovet for å bruke noe mer tid på likhetstegnet, etter at elevene er litt famlende når de skal beskrive det som begrep. Dette tyder på at læreren vurderer og diagnostiserer elevenes kompetanse underveis i læreprosessen. Det er interessant

å merke seg at læreren faktisk ikke bruker fysisk fotballspilling som metafor, men snarere en fotballspillmetafor fra et digitalt fotballspill. I det digitale spillet kan en del av forberedelsene før spillet gå ut på at verdien av de to lagenes ferdigheter skal balanseres. Her ser vi hvordan lærerens kreativitet og repertoar av visualiseringer fungerer produktivt for å få et annet perspektiv på diskusjonen om likhetstegnet og ekvivalens. Utdrag 2 viser hvordan læreren la til rette for en meningsfull diskusjon om likhetstegnet gjennom å stille målrettede spørsmål. I tråd med «Early Algebra»-tankegangen (f.eks. Carraher, Schliemann og Schwarz, 2007, se kapittel 2) konkretiserte han generelle ideer gjennom enkle talleksempel. Vi ser også i dette utdraget hvordan elevene gikk fra å uttrykke en instrumentell forståelse av likhetstegnet – ved å fokusere på hva «svaret skal bli» – til å uttrykke en relasjonell forståelse av likhetstegnet – ved å fokusere på at det «er likt», en ekvivalensrelasjon (Alibali et al., 2007; Knuth et al., 2005; 2006).

Et separat poeng her er at læreren trekker inn elevenes livs- og fritidsverden. Han bruker et spill han vet at mange kjenner til, for å knytte diskusjonen mot noe elevene finner relevant. Dermed skaper han interesse og engasjement. Det blir en form for konstruktivistisk tilnærming der han søker å knytte begrepskunnskap til noe som er meningsfullt, engasjerende og relevant for elevene (se f.eks. Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers, 2014 om «Realistic Mathematics Education»). Det å starte en utforsking i en situasjon som elevene kan kjenne seg igjen i, er også vektlagt i de longitudinelle studiene som er nevnt i avsnitt 2.3, som omhandlet algebraisk resonnement i tidlige skoleår (Carraher, Schliemann og Schwarz, 2007; 2008; Kaput, 2008; Maher, 2005; Mason, 2008). Forskerne trekker fram dette poenget som en viktig faktor for å skape entusiasme og motivasjon for å gå inn i den matematiske samtalen. Læremidlene som ble benyttet i helklasseundervisningen, skaper, i tråd med forskningen til Pepin et al. (2016) og Sinclair og Baccaglioni-Frank (2016), et tydelig engasjement. I denne casen er blir engasjementet tydelig styrket gjennom samtaler der læreren inviterer elevene til å delta aktivt ved å basere formidlingen på den artige apekatten Nullius, sjørøversverd og fotballspill. I flere tilfeller lot læreren elevene komme fram og løse oppgaver på den interaktive tavla, der programmet «Matemagisk» ga oppmuntrende tilbakemeldinger.

Oppsummert viser bruken av digitale læremidler på interaktiv tavle i helklassesituasjoner at læreren tilrettela for diskusjon av kjernebegreper i algebra – som variabel, likhetstegn og ekvivalensrelasjoner – gjennom engasjement og elevenes muntlige bidrag. Læreren benyttet seg av funksjonen i den interaktive tavla og det digitale læremiddelet «Matemagisk» til å

skape engasjement og fokuserte samtaler i klassen gjennom interaktive og fargerike figurer og animasjoner som appellerte til elevenes livs- og fritidsverden. På den måten fikk læreren formidlet ulike innganger til å forstå kjernebegrepene, noe som skapte potensial for en dypere forståelse av algebra.

## **5.2 Bruk av PC-spill i par-arbeid**

Det er interessant å se i vårt materiale hvordan elevene arbeider individuelt og lite kommuniserende når de sitter i par og løser oppgaver, i forhold til hvor engasjert de samarbeider når de arbeider med matematikkspillene på PC. Tydeligst kommer det til uttrykk ved at de henvender seg til læreren i stedet for til medeleven når de står fast i oppgaveløsningen. I spillene bruker de hverandre i mye større grad. De får et felles objekt å jobbe med, og de samarbeider om løsningene. Det er også tendenser til arbeidsdeling, både når det gjelder å spesialisere seg på oppgavetyper («jeg vil ta sånne [med minustegn]»), og at de deler på berøringsplaten og tastaturet. Tidligere forskning har vist hvordan datamaskinen kan fokusere elever i gruppearbeid (se f.eks. Çakir og Stahl, 2013). Ifølge Kluge (2015) er uttrykksmulighetene på skjermen, sammen med interaktiviteten, generelle faktorer for at elever fokuserer oppmerksomheten i én retning. Muligheten for å dele, forklare og lage mikro-eksperimenter gjør også elevene fokusert. Dermed blir det en tydelig forskjell mellom par-samarbeidet med datamaskinen og med oppgaveløsning på papir. Det førstnevnte er et engasjert samarbeid preget av felles aktivitet og oppgaveløsning, mens det sistnevnte i praksis blir nesten utelukkende individuelt arbeid med lærerstøtte.

Det er også stor forskjell på de to spillene som er i bruk. I spillet «Symbolenes verden» er tall og bokstaver i uttrykk erstattet med objekter som elevene kjenner, for eksempel jordbær og fly. Disse objektene inngår i et likningssystem med tre likninger og to ukjente (se Figur 5). Det er ingen tidsbegrensning i spillet, og det er heller ikke noe integrert konkurranseelement, men elevene sammenlikner underveis for å se hvor langt de er kommet i forhold til de andre. Det er såkalte «harde sperrer» for framdrift, det vil si at elevene ikke kommer videre til neste oppgave før de har lagt inn riktig svar på den foregående. Elevene brukte god tid på å resonnerer og diskutere seg fram til en løsning. De brukte i hovedsak en prøve-og-feilestrategi, men den måtte være basert på gjetninger ut fra «likningssystemene» for å gi mening. Typisk gjettet elevene på verdiene på de to variablene basert på én av likningene. Spillet åpner opp for flere løsningsstrategier. Dette – å se, diskutere og operere med ulike



framgangsmåter – bidrar til at det blir lettere å se sammenhenger mellom fenomener og operasjoner, og det gir en dypere forståelse av fagstoffet (Kilpatrick et al., 2001).

Ved hjelp av visuelle representasjoner (Arcavi, 2003; Hershkowitz et al., 2016; Sinclair og Baccaglini-Frank, 2016), jobbet elevene med ganske avansert algebra. Likningssett med flere ukjente, representert ved algebraisk formelt språk, blir typisk undervist i videregående skole. Med andre ord kan dette spillet bidra til å øve algebraisk resonnement som er viktig for å forstå variabelbegrepet og betydningen av uttrykk, likninger og funksjoner hvor variablene inngår. Dette er i tråd med «Early Algebra»-ideene og eksemplene fra kapittel 2 (Carraher, Schliemann og Schwarz 2007; 2008; Kaput, 2008; Maher, 2005; Mason, 2008). Mange elever opplever den formelle algebraen som meningsløs manipulasjon av symboler løsrevet fra virkeligheten. Aktivitetene som her er observert og beskrevet, kan bidra til å gjøre overgangen til symbolmanipulasjoner lettere og gjøre slike mer meningsfulle.

I motorsykkelspillet derimot, er tiden og konkurranseelementet sentrale faktorer. Det er interessant å se hvordan dette spillet fremmer to ganske forskjellige aktiviteter som blir avhengig av vanskelighetsgraden i spillet. De oppgavetyperne de behersker, og som de dermed har mulighet til å løse relativt raskt, løser de deduktivt. Det vil si at de regner ut løsningen, tilsynelatende uten å se på de fire tilgjengelige alternativene, og leter seg deretter fram til valget som overensstemmer med løsningen de har funnet. På dette nivået av spillet kan vi si at prøving og feiling faktisk ikke finner sted i det vi har observert. Når oppgaven blir vanskeligere, når den for eksempel involverer to operasjoner, addisjon som flytt-og-bytt og divisjon på begge sider av likhetstegnet, velger de heller å gjette på en av de fire alternativene de får presentert. Dermed gir elevene i prinsippet opp å svare riktig ut fra egen utregning, slik det ser ut i våre data. De velger da at en 25 prosents sannsynlighet for å svare riktig uten å bruke tid på valget, er bedre enn å regne på svaret. Med andre ord legger ikke motorsykkelspillet opp til å øve et bredt spekter av matematiske kompetanser (Kilpatrick et al., 2001) med fokus på begrepsforståelse og resonnement, på samme måte som vi observert i spillet «Symbolenes verden». Fordi elevene får bedre mulighet til å forklare hva de tenker, og fordi oppgaven støtter en begrepsforståelse som diskutert over, får elevene større konseptuelt læringsutbytte gjennom å bruke det sistnevnte spillet (Cobb, Stephan, McClain og Gravemeijer, 2001).

### 5.3 Konklusjon

I denne casen har vi fulgt en klasse på 5. trinn og deres lærer gjennom tre ukers undervisning i temaet algebra. Læreboka, *Matemagisk*, spilte en rolle som grunnressurs gjennom hele undervisningen. Elevene jobbet mye individuelt med oppgaver fra læreboka. Den digitale tavleressursen fra det samme læreverket var en svært viktig ressurs som grunnlag for utforskende samtaler i helklasseundervisning. Algebra-spill på PC ble brukt som en variasjon i oppgavetreningen knyttet til faginnholdet. I den videre analysen fokuserte vi spesielt på 1) bruken av digitale tavleressurser på interaktiv tavle og hvilken funksjon bruken av læremidlene hadde i interaksjonen mellom lærer og elever i helklassesamtaler, og 2) bruken av to ulike algebra-spill på PC og hvilken funksjon hvert av disse spillene hadde i interaksjonen mellom elever i et par-samarbeid. Begge fokusområdene har vært opptatt av hvordan bruken av læremidlene har bidratt til læring og engasjement hos elevene. Vi har brukt Kilpatrick et al.'s (2001) definisjon av matematisk kompetanse som rammeverk, og har sett særlig på delkompetansene engasjement, resonnementskompetanse og begrepsforståelse knyttet til begrepet variabel og likhetstegnets betydning.

Vi ser at læreren i denne casen legger til rette for begrepslæring på flere måter: 1) Han skaper et godt miljø for gode helklassesamtaler der elevene får mulighet til å forklare og stille spørsmål og får noe tid til undring. Han stiller ofte målrettede spørsmål i prosessen. Denne formen for helklassesamtale er mer utforskende og åpen enn det som i tidligere studier har vært beskrevet som vanlig praksis i matematikkundervisningen, og er viktig for å øve resonnementskompetanse. 2) Helklassesamtalen foregikk rundt et bredt spekter av visuelle representasjoner på interaktiv tavle, ofte med basis i en hverdagslig kontekst som også ga et tydelig engasjement. 3) Ikke minst så hadde læreren et tydelig fokus på kjernebegreper i algebra (variabel og ekvivalens), og mange av de visuelle representasjonene og samtalen var knyttet til disse begrepene. På denne måten legger han til rette for en dypere og mer helhetlig forståelse av algebraen, og for at elevene skal se sammenhenger mellom ulike framgangsmåter, kunne gi mening til symbolmanipulasjoner og forstå *hvorfor* de skal utføre de prosedyrene som de etter hvert skal jobbe mer med (f.eks. likningsløsning og funksjonsdrøfting).

De to spillene skaper tydelig entusiasme. De alternative representasjonene stimulerer nysgjerrighet og aktivitet hos elevene. Elevene holder også fokus over tid. Et klart resultat er at spillene har en fokuserende effekt for par-samarbeidet. Det er en stor endring fra det

manglende samarbeidet når elevene sitter i par og løser oppgaver med papir og blyant. I spillene retter begge elevene oppmerksomheten mot et felles objekt på skjermen, og de samarbeider verbalt og operativt om løsningen av oppgavene.

Men forskjellene mellom spillene er også store. Motorsykkelspillet fungerte nærmest utelukkende på et nivå av prosedyreferdighet. Elevene får trening i prosedyrer de allerede behersker, eller delvis behersker, men når de blir utfordret på noe som krever en annen prosedyre, stopper det opp. Konkurranseselementet koblet med tid gir ikke plass til å resonnerer eller å diskutere løsningsmuligheter. I Salaby-spillet derimot, er det plass for resonnering, og dataene tyder på at de alternative symbolene sammen med de interaktive mulighetene gir elevene en noe mer tilgjengelig inngang til algebra, på en måte som kan gjøre algebraiske aktiviteter mer meningsfulle. Spillet inneholder rike muligheter for å øve forståelsen av variabler samt betydningen av strukturer og operasjoner hvor variablene inngår. Spillet kan dermed sies å øve en større bredde av matematiske kompetanser (Kilpatrick et al., 2001) enn motorsykkelspillet. Samtidig stopper det opp for elevene når oppgavene blir for langt unna det de allerede behersker. Ett element i dette er at økningen i vanskelighetsgrad blir for stor. Et annet element er at elevene ikke kan undersøke hva som ligger i oppgavene framover, siden de må svare riktig på hvert spørsmål før de kan komme videre til neste. Når de står fast, kan elevene dermed ikke orientere seg framover og går med det glipp av en læringsmulighet. Her har ikke spillet ressurser som elevene kan ta tak i for å prøve å komme seg videre.

Algebralæringen i den observerte perioden gir elevene gode muligheter til å trene på å verbalisere matematikk. Både i helklassen med matematiske representasjoner og i gruppene der de bruker de to spillene, blir elevene utfordret på å formulere matematiske resonnementer og forklare matematiske begreper. Ved at de sitter sammen og løser oppgaver, forklarer de løsningsforslag for hverandre, men vi ser også at spillet med sterkt tidspress gjør at språket blir mindre matematisk og prosedyrene mer primitive. Bidraget til regning som grunnleggende prosedyreferdighet er mer utydelig. Her kan gjettingen på alternativer, som vi ser tydelige tendenser til i spillene når elevene ikke behersker løsningsprosedyren, innebære tapte muligheter for å praktisere matematisk ferdigheter.

Som vi avsluttet kapittel 2 med å si, ser vi nye tendenser i norsk skole sammenliknet med mye av klasseromsforskningen som har vært bredt sitert de siste 5–10 årene. I matematikkundervisningen ser vi en økt bruk av digitale læremidler og økt bevissthet knyttet til å øve et bredere spekter av matematiske kompetanser enn prosedyreferdigheter.

*ARK&APP*-studien bekrefter denne tendensen. Det er behov for mer forskning knyttet til hvordan det undervises i norske matematikklassem i dag, og hvilken rolle og funksjon læremidlene har i undervisningen. Særlig gjelder dette digitale læremidler, et område som endres raskt i tråd med den teknologiske utviklingen ellers i samfunnet. Mer kunnskap knyttet til hvilke digitale læremidler som benyttes, hvordan de benyttes og hvordan de bidrar til læring, er sentralt.

## Referanser

- Aiken, L. R. (1970). Attitudes towards mathematics. *Review of Educational Research*, 40, 551-596.
- Alibali, M. W., Knuth, E. J., Hattikudur, S., McNeil, N. M., & Stephens, A. C. (2007). A longitudinal examination of middle school students' understanding of the equal sign and equivalent equations. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 221-247.
- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52 (3), 215-241.
- Bergem, O. K. (2009). *Individuelle versus kollektive arbeidsformer: En drøfting av aktuelle utfordringer i grunnskolen*. Oslo: Det utdanningsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Oslo.
- Çakir, M. P., & Stahl, G. (2013). The integration of mathematics discourse, graphical reasoning and symbolic expression by a virtual math team. In D. Martinovic, V. Freiman & Z. Karadag (Eds.), *Visual mathematics and cyberlearning*. New York, NY: Springer.
- Carraher, D. W. & A. Schliemann (2007). Early Algebra. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., & Schwartz, J. (2007). Early algebra is not the same as algebra early. In J.J. Kaput, D.W. Carraher, & M.L. Blanton (Eds.). *Algebra in the early grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *The Journal of the Learning Sciences*, 10(1&2), 113–163.
- Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112, 155–159.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. London: Routledge.
- Creswell, J. W. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. London: SAGE Publications.
- Diziol, D., Rummel, N., Spada, H. & McLaren, B. (2007). Promoting learning in mathematics: Script support for collaborative problem-solving with the cognitive tutor algebra. *In the Proceedings of the Conference on Computer-Supported Collaborative Learning (CSCL 2007)*.
- Egeberg, G., Gudmundsdottir, G.B., Hatlevik, O.E., Ottestad, G., Skaug, J.H., & Tømte, K. (2012). *Monitor 2011. Skolens digitale tilstand*. Oslo: The Norwegian centre for ICT in Education.
- Gray, S. S., Loud, B., & Solowski, C. P. (2007). *Calculus students' difficulties in using variables as changing quantities*. Paper presented at the Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education, Tenth Special Interest Group of the

- Mathematical Association of America on Research in Undergraduate Mathematics Education.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo, Akademika forlag.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2010). Matematikk i motvind. TIMSS Advanced 2008 i videregående skole. Oslo, Unipub.
- Hannula, M. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational studies in Mathematics*, 63, 165-178.
- Hannula, M. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics Education*, 49, 25-46.
- Hatlevik, O. E., Egeberg, G., Gudmundsdottir, G. B., Loftsgarden, M., & Loi, M. (2013). Monitor Skole 2013 - Om digital kompetanse og erfaringer med bruk av IKT i skolen. *Læring for framtiden*. Oslo: Senter for IKT i utdanningen.
- Herschkowitz, R., Tabach, M, & Dreyfus, T. (2016). Computerized Environments in mathematics Classrooms. A Research-Design View. I English, Lyn D. & Kirshner, David (Eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education [3rd Ed.]*. Taylor and Francis, New York, pp. 617-635.
- Jensen, F. & G. Nortvedt (2013). Holdninger til matematikk. I M. Kjærnsli and R. V. Olsen (Eds.). *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo, Universitetsforlaget.
- Juuhl. K. G., Hontvedt, M. & Skjelbred, D. (2010). *Læremiddelforskning etter LK 2006. En kunnskapsoversikt*. Høgskolen i Vestfold, Rapport nr. 1/2010.
- Kaput, J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? I Kaput, J., Carraher, D. and Blanton, M. (Eds.) *Algebra In The Early Grades*. New York, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 5-18.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, p. 707-762. Charlotte, NC: Information Age.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up. Helping children learn mathematics*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Klette, K. (2009). *Challenges in Strategies for Complexity Reduction in Video Studies. Experiences from the PISA+ Study: A video study of teaching and learning in Norway*. Münster: Waxmann Publishing.
- Klette, K. (2013). *Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen*. Bergen, Norge: Fagbokforlaget.
- Kluge A. (2015). The friends and foes of deeper learning in science with technology. *ICERI proceedings*.

- Knudsen, S. V. et al. (2011). *Internasjonal forskning på læremidler: en kunnskapsstatus*. Tønsberg: Høgskolen i Vestfold.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & Variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 68-76.
- Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education* 37(4): 297-312.
- Kunnskapsdepartementet (2011). *Fra matteskrekk til mestring*. Oslo.
- Kunnskapsdepartementet (2012). *Motivasjon og mestring for bedre læring*. Oslo.
- Küchemann, D. (1981). Algebra. In K. M. Hart (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics* (pp. 102-119). London, John Murray.
- Li, Q. & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educ. Psychol. Rev.* 22, 215–243.10.1007/s10648-010-9125-8
- Lie, S., Angell, C., & Rohatgi, A. (2010). *Fysikk i fritt fall? TIMSS Advnced 2008 i videregående skole*. Oslo, Unipub.
- Linell, P. (1998). *Approaching dialogue: Talk, interaction and contexts in dialogical perspectives*. Amsterdam: John Benjamins.
- Linell, P. (2009). *Rethinking language, mind, and world dialogically: Interactional and contextual theories of human sense-making*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lou, Y., Abrami, P. C., & d'Apollonia, S. (2001). Small group and individual learning with technology: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 71(3), 449–521.
- Maher, C. A. (2005). How students structure their investigations and learn mathematics: insights from a long-term study. *Journal of Mathematical Behavior*, 24: 1-14.
- Maher, C. A., Powell, A. B., Weber, K., & Lee, H. S. (2006). Tracing middle-school students' arguments. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz & A. Méndez (Eds.). *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Mérida, Mexico, Universidad Pedagógica Nacional.
- Mason, J. (2008). Making Use of Children's Powers to Produce Algebraic Thinking. In J. Kaput, D. Carraher & M. Blanton (Eds.) *Algebra in the Early Grades*. Lawrence Erlbaum. New York. p57-94.
- Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency*. Oslo: Universitetet i Oslo.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- NCTM (2008). *Algebra, What, When, and for Whom. A position of the National Council of Teachers of Mathematics*. Retrieved 15. May, 2011, from [http://www.nctm.org/uploadedFiles/About\\_NCTM/Position\\_Statements/Algebra%20final%2092908.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/Algebra%20final%2092908.pdf).
- NCTM (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nortvedt, G. (2013). Resultater i matematikk. I M. Kjærnsli and R. V. Olsen (Eds.). *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Olsen, R. V. (2013). Undervisning i matematikk. I M. Kjærnsli and R. V. Olsen (Eds.). *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo, Universitetsforlaget
- Pepin, B., Gueudet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. I. (2016). E-Textbooks in/for Teaching and Learning Mathematics. I English, Lyn D. & Kirshner, David (Eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education [3rd Ed.]*. Taylor and Francis, New York, pp. 636-661.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions : a collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 929-943.
- Ryan, R. M. & Deci, E. L. (2000). Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Directions. *Contemporary Educational Psychology* 25, 54–67
- Sandvik, L. V., Buland, T., Engvik, G., Fjørtoft, H., & Langseth, I. (2013). *Vurdering i skolen. Operasjonaliseringer og praksiser. Delrapport 2 fra prosjektet «Forskning på individuell vurdering i skolen» (FIVIS)*. Trondheim: NTNU, Program for lærerutdanning og SINTEF.
- Sinclair, N. & Baccaglioni-Frank, A. (2016). Digital Technologies in the Early Primary Classroom. I English, Lyn D. & Kirshner, David (Eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education [3rd Ed.]*. Taylor and Francis, New York, pp. 662-686.
- Skjelbred, D., Solstad, T. & Aamotsbakken, B. (2005). *Kartlegging av læremidler og læremiddelpraksis*. Tønsberg: Høgskolen i Vestfold.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23, 691-697.
- Utdanningsdirektoratet (2014). *Matematikk i norsk skole anno 2014*. Faggjennomgang av matematikkfagene - Rapport fra ekstern arbeidsgruppe oppnevnt av Utdanningsdirektoratet. Lastet ned 12.02.2015 fra <http://www.udir.no/Tilstand/Forskning/Rapporter/Ovrige-forfattere/Matematikk-i-norsk-skole-anno-2014/>



- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525). Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.
- Waagene, E. og Gjerustad, C. (2015). *Valg og bruk av læremidler. Innledende analyser av en spørreundersøkelse til lærere*. NIFU, Arbeidsnotat 12/2015.
- Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 247-261.
- Yin, R. K. (2013). *Case study research: Design and methods*. 5th ed. London: SAGE Publications.



## Vedlegg 1a: Definisjon av læremidler, teori og forskningsdesign

Formålet med forskningsprosjektet *ARK&APP* er å undersøke læremidler i bruk i fire utvalgte fag: samfunnsfag, engelsk, matematikk og naturfag. I casestudiene er vi særlig opptatt av *hva* slags læremidler som brukes, *hvordan* de brukes, og *hvilken* innvirkning dette har på samtalene og aktivitetene i klasserommet. De 12 casestudiene i prosjektet undersøker dette gjennom intervjuer, observasjoner, pre- og posttest og innsamlede læremidler og tekster fra klasserommene. Det blir særlig lagt vekt på tre av de fem forskningsspørsmålene som finnes i prosjektet:

- Hvordan benyttes læremidlene i undervisningsopplegget?
- Hvilken funksjon har bruken av læremidlene i interaksjonen mellom lærer og elever?
- Hvordan bidrar bruk av læremidlene til engasjement og læring hos elever?

De to første forskningsspørsmålene belyser situasjoner der læremidler brukes i interaksjon mellom lærer og elever og mellom elever. Med et sosiokulturelt perspektiv på læring får vi en forklaringskraft til hvilken funksjon læremidlene har (som artefakter) i sosial interaksjon mellom individene som utgjør læringsfellesskapet. Det er derfor avgjørende å observere dette systematisk og ta samtalene opp på video, slik at vi kan analysere hvordan læremidler blir tatt i bruk i interaksjonen.

Det tredje spørsmålet er knyttet til hvordan bruken av læremidler bidrar til læring hos elevene. Forskningsdesignet i *ARK&APP* inneholder ikke tester for å måle elevens motivasjon spesielt, men vi forstår elevenes deltagelse som et uttrykk for motivasjon i læringsaktivitetene. Våre observasjoner og opptak av elevsamtaler og elev-lærer-samtaler er et viktig datamateriale for å forstå motivasjon som engasjement. Hvordan læremidlene bidrar til læring hos elevene, drøftes med bakgrunn i resultatene på pre- og posttesten.

### Definisjon av læremidler

De siste 10 årene har det blitt gjennomført tre kartlegginger av læremidler i norsk skole. Dette er Rambølls *Kartlegging av læremiddel og læremiddelpraksis* (Utdanningsdirektoratet, 2005), og *kartlegging av læremiddel og Læremiddelpraksis* (Skjelbred, Solstad, & Aamotsbakken, 2005) fra HiVe, *Læremidelforskning etter LK06 – Eit kunnskapsoversyn* (Juuhl, Hontvedt, & Skjelbred, 2010), *Internasjonal forskning på læremidler – en kunnskapsstatus* (Knudsen, 2011) fra HiVe. Fra 2005 finnes det også en doktorgradsavhandling basert på en større, nasjonal lærerundersøkelse om lærebokas betydning i arbeidet med Reform 97 (Bachmann, 2005). Tilsvarende temaer blir omtalt i den første delrapporten i evalueringen av Kunnskapsløftet, *Læreplan, læreverk og tilrettelegging for læring* (Rønning et al., 2008). I den grad læremidler er definert i disse rapportene, opereres det med en vid forståelse av læremidler, som også omfatter ressurser som læreren eller elevene bruker i undervisningen.

Caserapportene i forskningsprosjektet *ARK&APP* skal vise hvordan trykte og ikke-trykte læremidler brukes sammen med andre typer kilder og læringsressurser i fire ulike fag. I opplæringslova er læremidler definert på denne måten etter Kunnskapsløftet:

Alle trykte og ikke-trykte element, enkeltstående eller slike som går inn i ein heilskap som er utvikla til bruk i opplæringa, og som aleine eller til saman dekkjer kompetanssmål i Læreplanverket for Kunnskapsløftet. Læremiddel kan vere trykte og digitale. (Lovdata, forskrift til opplæringslova, paragraf 17-1)

I forskningsprosjektet *ARK&APP* kategoriserer vi ressursene for læring som benyttes av lærere og elever, som (1) pedagogisk tilrettelagt materiale, det vil si trykte eller ikke-trykte *læremidler*, og (2) materiale som er brukt til læring, det vil si *læringsressurser* som ikke er designet for skolen eller læring spesielt, for eksempel Wikipedia, en datamaskin eller en film. Denne distinksjonen er viktig for å analysere læremidlers og ressursers funksjon med hensyn til læring i interaksjonen mellom lærer og elever. Læremidler og andre typer kilder og læringsressurser (i rapportene: *ressurser for læring/læringsressurser*) brukes av læreren og av elevene på ulike måter kombinert med de forskjellige arbeidsmåtene som finner sted i undervisningsforløpet. Vi oppfatter skolens læremiddelkultur i dag som en «blandingskultur». I denne kulturen har læreboka fremdeles en sentral rolle, men samtidig blir ulike analoge og digitale ressurser for læring tatt i bruk i stadig større grad (Egeberg et al., 2012; Hatlevik, 2011). Denne blandingskulturen – med både tradisjonelle, ofte trykte læremidler sammen med digitale læremidler og ressurser for læring – preger i dag norske klasserom. Forlagene har også en tilsvarende blanding, da en rekke av læreverkene har tilleggsoppgaver og opplegg på relaterte nettsider.

## **Teoretisk utgangspunkt**

Et sosiokulturelt perspektiv vektlegger at læring skjer gjennom deltagelse i et fellesskap (Cole, 1996; Dysthe, 2001; Lave & Wenger, 1991; Rogoff, 2003). Et læringsfellesskap blir skapt av både deltagerne og de læremidler og ressurser for læring som de har til rådighet. Sosiokulturell teori vier stor oppmerksomhet til en analyse av læremidler, fordi perspektivet framhever hvordan kunnskapen blir mediert. I denne prosessen er kulturelle verktøy som læringsressurser og læremidler helt sentrale i skolens arbeidsmåter. Et sosiokulturelt perspektiv gir forklaringskraft til å analysere læring slik den foregår ved hjelp av disse semiotiske og materielle ressursene. Læring over tid forstås da som en endring i observert handling i bruken av artefakter blant dem som deltar i fellesskapet (Gee & Green, 1998, p. 147; Rasmussen, 2012). Individenes bidrag av kunnskap og ferdigheter i undervisningsforløpet, der ulike læremidler og ressurser for læring er i bruk, forstås som uttrykk for kompetanse hos individene slik den artikuleres i den sosiale interaksjonen. Dette gjør observasjoner og videodata nødvendig som metodisk inngang.

Å analysere semiotiske og materielle «elementer» krever også en analytisk inngang for å forstå hvordan bilder, tegn og skrift er satt sammen i læremidler og ressurser for læring. Hver av disse uttrykksformene representerer en mulig ressurs for kommunikasjon og læring. Semiotiske og materielle ressurser betegnes som modaliteter innenfor sosialsemiotikken (Gilje, 2008a, 2008b; Hodge & Kress, 1988; Selander & Kress, 2010). Dette kan som nevnt være skrift, tegn og bilder, men også tale, farger, musikk og levende bilder. Alle slike modaliteter er formet gjennom ulike undervisningspraksiser over tid. Hver modalitet har derfor et meningspotensial som følge av den verdi fellesskapet har tillagt den semiotiske ressursen over tid (Kress, 2010). Norsk skole har en læremiddelkultur der skrift er en foretrukket modalitet for kommunikasjon og læring. Men det er også lange tradisjoner i skolen for å bruke bildeplansjer, kart, tavletegning og lysbilder, ressurser for kommunikasjon og læring som bygger på andre modaliteter enn skrift. Framveksten av digitale læringsressurser problematiserer skillet mellom den skriftbasert og den visuelle læremiddelkulturen.

## Forskningsdesign

Med utgangspunkt i de nevnte metodene har forskerne utarbeidet en rekke måleinstrumenter for å sikre et helhetlig forskningsdesign på tvers av de tolv casestudiene som utføres. Disse instrumentene utgjør et observasjonsskjema, intervjuguider og en pre- og posttest. Disse tre instrumenttypene brukes gjennomgående, med de nødvendige variasjoner det er behov for, i alle casene.

Observasjonsskjemaet er utarbeidet for å systematisk undersøke hvordan læremidlene brukes i undervisningsopplegget: Hvilke læremidler er i bruk? Hvordan brukes de? Hvilken innvirkning har bruken på de samtalene og aktivitetene som finner sted i klasserommet? Slike typer observasjoner tidfestes i den skjematisk delen av observasjonsskjemaet. I den strukturerte delen kodes observasjonene ved hjelp av forhåndsdefinerte kategorier. Disse kategoriene er knyttet til undervisningsaktiviteter, organisering og bruk av læremidler. Kategoriene: klassesamtale, gruppearbeid, individuelt arbeid, muntlige presentasjoner, høytlesning og lærerforelesning er forankret i en gjennomgang av tidligere studier av norske klasserom (Haug, 2011; Klette, 1998)

I tillegg har skjemaet plass for et etnografisk feltnotat der observatøren gjør deskriptive beskrivelser av de aktivitetene som foregår. Denne delen av observasjonsskjemaet gir forskerne bedre anledning til å beskrive særtrekk ved den læremiddelkulturen de observerer, trekk som er vanskelige å klassifisere med de forhåndsdefinerte kategoriene.

Det er utarbeidet to intervjuguider i prosjektet. Intervjuguiden til intervjuet med læreren er formell og inneholder spørsmål knyttet til lærerens forberedelser og valg av læremidler, kompetansemål og utfordringer ved vurdering. I tillegg inneholder intervjuguiden mer generelle spørsmål som retter seg mot lærerens generelle forståelse av læremidler og praksis i ulike fag.

Elevintervjuene er primært orientert mot elevenes opplevelse av undervisningsforløpet som er studert. Her spør vi om ulike utfordringer de måtte håndtere i bruk av de ulike læremidlene, og om hvordan ulike læremidler skapte motivasjon og engasjement. Fordi elevintervjuene ble gjort til slutt i feltarbeidet, fikk vi anledning til å ta utgangspunkt i konkrete episoder, noe som er en fordel når man intervjuer barn og unge. Til forskjell fra observasjon og videodata gir intervjuer innsikt i hendelser i løpet av prosjektet sett fra et subjektivt ståsted. Svarene gir samtidig informasjon om informantens verdier, valg og begrunnelser.

Pre- og posttest blir brukt for å kartlegge elevenes eksisterende kunnskap samt å undersøke elevenes læringsutbytte av et planlagt undervisningsopplegg med spesifikke læremidler.

Vedlagt følger her:

- Guide til bruk av observasjonsskjema og observasjonsnotat
- Koding av observasjonsdata
- Intervjuguide for lærere
- Intervjuguide for elever

Beskrivelse av pre- og posttest blir gitt i hver enkelt caserapport.

## Vedlegg 1b: Guide til bruk av observasjonsskjema og observasjonsnotat

### Forklaring av observasjonskategoriene i skjemaet

**Monologisk.** Læreren holder ordet alene over noe tid (eksempelvis ved å forklare noe, fortelle eller forelese).

**Dialogisk.** Fellessamtale mellom læreren og elevene (læreren fungerer som ordstyrer eller initierer samtaler der flere elever deltar, elever stiller spørsmål/bidrar med synspunkter).

**Læremidler.** Kategorien omfatter alle læringsressurser og læremidler som brukes (se ovenfor). De systematiske feltnotatene skal beskrive hvordan disse har betydning for aktivitetene og samtalene i klasserommet.

**Dette skal det legges vekt på ved etnografisk feltnotat (siste del av skjemaet, bruk egen feltbok):**

- *Beskriv undervisningen deskriptivt*, på en utfyllende måte og gjerne med eksempler og små utdrag fra samtaler. *Ikke* skriv hvordan du synes den burde være.
- *Beskriv alle læremidlene som er i bruk*, hvordan de blir brukt og hvordan de ulike aktivitetene foregår gjennom timen der forskjellige læremidler og ressurser blir brukt.
- *Beskriv hvordan eleven jobber*, eksemplifiser med detaljerte beskrivelser av en eller to tilfeldig valgte elever.
- *Beskriv hvordan læreren rammer inn timen*. Hvor eksplisitt beskriver læreren hva som er formålet med aktivitetene/oppgavene i den observerte økten? Hvordan formidles målet med undervisningsøkten og kravene til aktivitetene? (Gir læreren spesifikke krav knyttet til karakterer? Dette gjelder ikke mellomtrinnet.)
- *Strategiinstruksjon*. Gir læreren beskrivelser til elevene om hvordan de skal utvikle egen bevissthet om framgang og arbeidsmåter, for eksempel strategier for lesing, regning, problemløsning, informasjonsinnhenting og samarbeid? Kobler læreren denne strategiinstruksjonen til særtrekk ved læremidlene?
- *Forklaring av ord*. Blir fagbegreper og/eller lavfrekvente ord forklart for elevene?

*Beskriv i tillegg generelt hva som preget timen du observerte*. Var det mye lærerstyring, elevdeltagelse, elevmedbestemmelse, individuelt arbeid, undersøkelser og samarbeid mellom elever, diskusjoner/drøftinger/problematiseringer (mellom elevene / hele klassen), oppsummeringer/henvisninger til tidligere aktiviteter, læreren jobber med enkeltelever? Beskriv også generelt om det var mye støy, og om hvordan læreren ga tilbakemeldinger (sosialt og emosjonelt støttende, generelle og faglige og irettesettelser av enkeltelever).

*Alle feltnotater skal skrives til elektroniske dokumenter samme dag* som observasjonen fant sted. Bruk denne fasen av arbeidet til å tenke gjennom observasjonene, og skriv gjerne en egen refleksjon som skilles ut fra observasjonsskjemaet og det etnografiske, deskriptive, feltnotatet.

## Koding av observasjonsdata

Koding av observasjonsdata skal gjøres ved å registrere tid (antall minutter) som er brukt til følgende aktiviteter: a) klassesamtale, b) gruppearbeid, c) individuelt arbeid, d) muntlige presentasjoner, e) høytlesning og f) lærerforelesning. Disse framstår visuelt som kakediagram i caserapportene, og vil gjøre det enkelt å sammenligne undervisningsformene på tvers av de tolv casene.

Videodataene brukes til å kunne gi et mer nyansert innblikk i praksisen som utspiller seg innen de ulike aktivitetene. Det bør velges ut spesifikke aktivitetssekvenser for å eksemplifisere typiske former for læremiddelbruk knyttet til ulike interaksjonsformer. Disse sekvensene blir så transkribert og analysert i detalj i caserapportene. Sekvensene bør primært være fra videodata, men kan også bli dokumentert i form av feltnotater som i detalj beskriver enkelte episoder.

Utover at disse ekstraktene skal vise typiske former for læremiddelbruk, er det viktig å få fram episoder som inneholder forklaringer, rettferdiggjøringer, utfordringer og presiseringer. Ved å fokusere på slike redegjørelser rettes den analytiske oppmerksomheten mot det deltagerne i den sosiale samhandlingen er opptatt av, det de ser på som relevant i den aktuelle lærings situasjonen.

Observasjonsdataene blir også brukt for å gi en mer utfyllende beskrivelse av det som foregår i klasserommet.

## Observasjonsskjema og notat

### Informasjon

Navn på forsker/student som har gjennomført observasjonen:

---

Skole: \_\_\_\_\_

Lærer m/k: \_\_\_\_\_ Fag E/S/M/N<sup>16</sup>: \_\_\_\_\_ Klassetrinn: \_\_\_\_\_

Antall elever: \_\_\_\_\_ Gutter: \_\_\_\_\_ Jenter: \_\_\_\_\_

Observasjonsdato: \_\_\_\_\_ Timen/enhet starter: \_\_\_\_\_ Timen/enhet slutter: \_\_\_\_\_

Tok du kopi/bilde av elevenes eller lærerens undervisningsmateriale? Ja: \_\_\_\_\_ Nei \_\_\_\_\_

Beskriv undervisningsmateriale:

---

---

Beskrivelse av fagtema/prosjekt:

---

---

---

<sup>16</sup> E – engelsk S-samfunnsfag M-matematikk N-Naturfag

## Observasjonsskjema: Arbeidsformer og læremidler

### Elevaktiviteter:

Elevarbeidsformer	Tidsangivelse	Læremidler og ressurser i bruk:  Lærebøker, Internett, digitale læremidler, Smartboard, Tavle, Power Point m.m	Notater
Gruppearbeid			
Individuelt arbeid			
Muntlige presentasjoner			
Stasjoner, rollespill, andre aktiviteter			



**Læreraktivitet:**

Læreraktivitet	Tidsangivelse	Læremidler i bruk: Tavle, Smartboard, Power Point m.m	Notater
Faglig plenumsforelesning (Monologisk)			
Klassediskusjon (Dialogisk)			
Individuell veiledning			
Gruppeveiledning			
Annet:			

**Observasjonsnotat (føres i egen feltnotatbok)**

---

## **Vedlegg 1c: Intervjuguide**

### **Tema om overgangen mellom klassetrinn**

Denne guiden utgjør strukturen for de samtaler som skal føres med lærere og elever.

Tid: 30-40 min.

### **Intervjuguide lærere**

#### **Om lærerens bakgrunn**

1. Hva er din bakgrunn og hvor lenge har du jobbet som lærer?
2. Hvordan anser du din egen undervisning? (Tradisjonell, innovativ)
3. I hvilken grad og hvordan har du brukt digitale læremidler tidligere?
4. Hvordan vil du beskrive overgangen mellom 4. tinn og 5. trinn for elevene?
5. Hva er de mest sentrale faglige utfordringene som elevene møter i overgangen?
6. Er det noen forskjeller mellom ulike elevgrupper?
7. Syns du elevene behersker matematikk i forhold til grunnleggende ferdigheter?

#### **Om prosjektet som observeres**

8. Hvordan organiserer du elevene vanligvis når de skal jobbe med matematikk?
9. Hvilke type læremidler bruker du vanligvis i matematikk?
  - Hvordan velges disse ut?
  - Er det knyttet til hvordan læreplanen ser ut?
10. I hvilken grad syns du læreboka dekker det elevene skal lære om algebra i matematikk på 5. trinn?
11. I hvilken grad syns du de digitale læremidlene du har valgt i denne perioden støtter opp om læringsmålene i algebra?
12. I hvilken grad syns du den digitale tavleressursen fra Matemagisk støtter opp om læringsmålene om i algebra?
13. Hvordan synes du forholdet mellom smartboard, lærebok og algebraspillene fungerte?

#### **Om arbeid med kompetansemål**

14. På hvilken måte har din skole arbeidet med kompetansemål i matematikk?
15. Hvordan opplever du arbeidet med kompetansemålene i matematikk på din skole?
16. I hvilken grad mener du læreboka i matematikk ivaretar de kompetansemålene dere har på skolen?  
Gi eksempler.

17. Dersom du velger andre læremidler eller «ressurser for læring» (forklar forskjell), hvordan gjør du det og hvordan sikrer du at det bidrar til å hjelpe elevene i å nå kompetansemålene?

## **Intervjuguide med elevene i fokusgrupper**

### **Generelt**

1. Hva syns dere om matematikk?

- Hva liker du/dere ved faget?
- Hva synes du/dere er lett, vanskelig etc.

### **Om prosjektet som observeres**

2. Hvordan var det å jobbe med matematikk i dette prosjektet?

- Var det annerledes enn slik dere jobbet i 4. klasse (og ellers i året)?

3. Hva syns dere om algebra?

4. Hvilke oppgaver i testen syntes dere var lett, vanskelig etc. (vise de test items)?

- Teste de på faglige begreper (forskjellige uttrykk for den ukjente f.eks.)

5. Hva syns dere om digitale spill?

- Har dere brukt det tidligere?

6. Hva bidro mest til det dere presterte på testen?

- Lærer, Tavla, Lærebok, Digitale spill/ressurser

7. Hvordan føler dere at dere lærer best i matematikk (generelt)? Hvordan skal dere jobbe? Hva skal læreren gjøre? Hvilke læremidler? (Hvis de ikke nevner: hva med samarbeidslæring: diskusjoner, å snakke matematikk osv.)?

### **Overgang mellom 4. trinn og 5. trinn**

8. Opplever dere at det er forskjell mellom 4. trinn og 5. trinn?

9. Hvis ja - hva består disse forskjellene av?

10. Brukte dere digitale læremidler i 4. trinn?

- Hvilke typer og til hva?
- Hva med lærebøker?

11. Bruker dere digitale læremidler i 5. klasse?

- Hvilke typer og til hva?
- Hva med lærebøker?

## Referanser til vedlegg 1

- Bachmann, K. E. (2005). *Læreplanens differens: formidling av læreplanen til skolepraksis*. Trondheim: NTNU.
- Cole, M. (1996). *Cultural psychology: A once and future discipline*. Cambridge: The Belknap Press of Harvard University Press.
- Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forl.
- Egeberg, G., Gudmundsdottir, G. B., Hatlevik, O. E., Ottestad, G., Skaug, J. H., & Tømte, K. (2012). Monitor 2011. Skolens digitale tilstand [The digital state of affairs in Norwegian schools.] Oslo: The Norwegian centre for ICT in Education.
- Gee, J. P., & Green, J. L. (1998). Discourse Analysis, Learning, and Social Practice: A Methodological Study. *Review of Educational Research*, 23 (1998), 119-169.
- Gilje, Ø. (2008a). Digital medieproduksjon i nettverksklasserommet. In S. Østerud & E. G. Skogseth (Eds.), *Å være på nett - Kommunikasjon, identitets- og kompetanseutvikling med digitale medier* (pp. 60-79). Oslo: Cappelen Akademisk Forlag.
- Gilje, Ø. (2008b). Googling Movies - Digital Media Production and the "Culture of Appropriation". *Informal Learning and Digital Media: Constructions, Contexts and Consequences*. Cambridge: Cambridge Scholar Publishing.
- Hatlevik, O. E. (2011). *Monitor 2010: samtaler om IKT i skolen*. [Tromsø]: Senter for IKT i utdanningen.
- Haug, P. (2011). Klasseromsforskning - Kunnskapsstatus og konsekvenser for lærarrolla og lærarutdanninga. Rapport 21. Volda: Høgskulen i Volda.
- Hodge, B., & Kress, G. (1988). *Social Semiotics*. Cambridge: Polity Press.
- Juuhl, G. K., Hontvedt, M., & Skjelbred, D. (2010). Læremiddelforskning etter LK06 : eit kunnskapsoversyn: Høgskolen i Vestfold (rapport 1/2010).
- Klette, K. (1998). *Klasseromsforskning - på norsk*. Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Knudsen, S. V. (Ed.). (2011). *Internasjonal forskning på læremidler : en kunnskapsstatus* Høgskolen i Vestfold.
- Kress, G. (2010). *Multimodality - A social semiotic approach to contemporary communication*. London/New York: Routledge.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Rasmussen, I. (2012). Trajectories of participation: temporality and learning. In N. M. Seel (Ed.), *Encyclopedia of the Science of Learning* (pp. 3334-3337): Springer.
- Rogoff, B. (2003). *The cultural nature of human development*. Oxford: Oxford University Press.
- Rønning, W., Fiva, T., Henriksen, E., Krogtoft, M., Nilsen, N. O., Skogvold, A. S., & Solstad, A. G. (2008). Læreplan, læreverk og tilrettelegging for læring - Analyse av læreplan og et utvalg læreverk i naturfag, norsk og samfunnsfag. Bodø: Nordlandsforskning (NF-rapport nr 2/2008).
- Selander, S., & Kress, G. (2010). *Design för lärande: ett multimodalt perspektiv*. Stockholm: Norstedts.
- Skjelbred, D., Solstad, T., & Aamotsbakken, B. (2005). Kartlegging av læremidler og Læremiddelpraksis. Tønsberg: Høgskolen i Vestfold.
- Utdanningsdirektoratet. (2005). Kartlegging av læremiddel og læremiddelpraksis. København: Rambøll Management AS.

## Vedlegg 2: Pre- og posttest

### Pretest

# Algebra-test

---

## Oppgave 1

a) Løs oppgavene.

$$23 + \_ = 57$$

$$23 + \square = 57$$

$$23 + x = 57$$

b) Hva *betyr* hvert de tre symbolene som pilene peker på?

$$23 + \_ = 57$$

$$23 + \square = 57$$

$$23 + x = 57$$

↑

↑

↑

Streken betyr at  	Ruta betyr at  	x'en betyr at  
--------------------------	-----------------------	-----------------------

## Oppgave 2

$$3 + 4 = 7$$

↑

Pilen ovenfor peker på et symbol. Fullfør setningene:

a) Navnet på dette symbolet er

\_\_\_\_\_

b) Dette symbolet betyr at

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Oppgave 3

Lag en historie som passer til uttrykket  $500 + x + y - 900$

Skriv her: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Oppgave 4

Marion hadde 500 kr og fikk  $x$  kr av en snill tante. Hvilket uttrykk viser hvor mye Marion har nå? Sett ring rundt riktig alternativ og begrunn svaret ditt!

A.  $500 - x$       B.  $500 + 500$       C.  $500 + x$

## Oppgave 5

Tenk deg at  $n$  er et heltall større enn 0. Sorter tallene i rekkefølge. Skriv det minste tallet først.

$$n \quad n-1 \quad n+1 \quad n+10 \quad n-10$$

Skriv her: \_\_\_\_\_

## Oppgave 6

Finn tallet som skjuler seg bak bokstaven i tallmønsteret.

a) 2, 4, 6, 8,  $n$ , 12, 14

Svar:  $n =$  \_\_\_\_\_

b) 300,  $a$ , 340, 360, 380

Svar:  $a =$  \_\_\_\_\_

**Posttest**

## Algebra-test

---

### Oppgave 1

c) Løs oppgavene.

$$31 + \_ = 67 \qquad 31 + \square = 67 \qquad 31 + x = 67$$

d) Hva *betyr* hvert de tre symbolene som pilene peker på?

$$\begin{array}{ccc}
 31 + \_ = 67 & 31 + \square = 67 & \\
 31 + x = 67 & & \uparrow \\
 \uparrow & \uparrow & 
 \end{array}$$

Streken betyr at

Ruta betyr at

x'en betyr at



## Oppgave 2

$$5 + 4 = 9$$

↑

Pilen ovenfor peker på et symbol. Fullfør setningene:

c) Navnet på dette symbolet er

\_\_\_\_\_

d) Dette symbolet betyr at

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Oppgave 3

Lag en historie som passer til uttrykket  $300 + x + y - 200$

Skriv her: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Oppgave 4

Ole hadde 800 kr og fikk  $x$  kr av faren sin. Hvilket uttrykk viser hvor mye Ole har nå? Sett ring rundt riktig alternativ og begrunn svaret ditt!

B.  $800 + x$       B.  $800 + 800$       C.  $800 - x$

## Oppgave 5

Tenk deg at  $n$  er et heltall større enn 0. Sorter tallene i rekkefølge. Skriv det minste tallet først.

$$n \quad n-1 \quad n+1 \quad n+10 \quad n-10$$

Skriv her: \_\_\_\_\_

## Oppgave 6

Finn tallet som skjuler seg bak bokstaven i tallmønsteret.

c) 3, 5, 7, 9,  $n$ , 13, 15

Svar:  $n =$  \_\_\_\_\_

d) 200,  $a$ , 260, 290, 320

Svar:  $a =$  \_\_\_\_\_

