

## Matematikk fellesfag - veiledning til læreplaner

Denne veiledningen gir praktiske eksempler på hvordan du som lærer kan arbeide med læreplanene i matematikk fellesfag og matematikk 2P/2T.

ARTIKKEL | SIST ENDRET: 17.08.2015

## Innhold

### 1 Innledning

### 2 Fagets egenart

### 3 Yrkesretting av fellesfaget matematikk

### 4 Tilpasset opplæring i fag

### 5 Praktiske eksempler

- Eksempel 1: Addisjon og subtraksjon
- Eksempel 2: Tall
- Eksempel 3: Algebra
- Eksempel 4: Brøkregning
- Eksempel 5: Regning med parenteser og forenkling av uttrykk
- Eksempel 6: telle i kor (med vekt på tilpasset opplæring)
- Eksempel 7: Regning med parenteser og kvadratsetningene
- Eksempel 8: Potenser
- Eksempel 9: Tall og algebra
- Eksempel 10: Eksponentiell og lineær vekst

## 6 Idébank

## 7 Støttmateriell

# 1 Innledning

Læreplanene i matematikk som gjelder fra skoleåret 2013/2014 tydeliggjør grunnleggende ferdigheter i faget, og veiledningen viser hvordan ferdighetene kan integreres i opplæringen. Den gir samtidig eksempler på hvordan læringsmål kan utformes på lokalt plan.

Du vil også finne eksempler på hvordan du kan arbeide med underveisvurdering og utarbeide kjennetegn på måloppnåelse lokalt. De veiledende nasjonale kjennetegnene på måloppnåelse for 10. trinn kan være en støtte i standpunktvurderingen og kan gi inspirasjon til arbeidet med underveisvurderingen.

Veiledningen skal bidra til refleksjon rundt det lokale arbeidet med læreplanene og det faglige innholdet i matematikkfaget, men er ikke rettslig bindende og kan derfor ikke erstatte eller sidestilles med læreplanene i matematikk. Utdanningsdirektoratet er ansvarlig for innholdet i veiledningen. Den er utarbeidet i samarbeid med lærere, relevante fagmiljøer og fagpersoner.

Veiledningen består av fem kapitler. Kapittel 2 inneholder en beskrivelse av faget og hvilke deler av læreplanen veiledningen tar for seg. Kapittel 3 gir praktiske eksempler på opplæring innenfor hovedområdet tall og algebra. Kapittel 4 er en «idébank» som gir eksempler på aktiviteter og øvelser som kan være relevante å buke i matematikkfaget. Kapittel 5 består av lenker til ressurser om arbeid med grunnleggende ferdigheter.

# 2 Fagets egenart

Matematikk er et fag som er grunnleggende for utviklingen av vårt moderne, høyteknologiske samfunn. Fagområder som informasjonsteknologi, helse, samferdsel, energiproduksjon og økonomi bruker matematikk. Derfor trenger samfunnet mennesker med høy kompetanse i matematikk og som kan bruke matematikk i kombinasjon med andre fag. Matematikk er også et allmenndannende fag. Tallforståelse ligger til grunn for den enkeltes evne til å kunne håndtere privatøkonomien og til å kunne forstå og delta i et demokratisk samfunnsliv.

Tallforståelse og tallbehandling er på mange måter grunnstammen i matematikken og grunnlaget for videre arbeid i matematikk. Internasjonale undersøkelser, f.eks. TIMMS, viser at norske elever presterer under gjennomsnittet i tallforståelse og algebra. Derfor er hovedområdet tal og algebra styrket i den reviderte læreplanen i matematikk samtidig med en tydeliggjøring av de grunnleggende ferdighetene.

Matematikk er et logisk oppbygd fag der kunnskap og kompetanse utvikles trinn for trinn. For å tydeliggjøre progresjonen i faget og i de grunnleggende ferdighetene har vi valgt å bruke eksempler for ulike trinn innenfor det samme hovedområdet tal og algebra i veiledningen.

### 3 Yrkesretting av fellesfaget matematikk

Yrkesretting er lokalt arbeid med læreplaner der læringsmålene tar utgangspunkt i kompetansemål både fra fellesfaget og elevenes programfag. Opplæringen blir motiverende når elevene får arbeide med lærestoff og emner som er autentiske og relevante for programfaget deres.

I rammeverk for FYR-prosjektet 2014-2016 kan du lese mer om yrkesretting og relevans (pdf).

Læreplanen har et stort handlingsrom for samarbeid på tvers av fag. I noen tilfeller er matematikk et helt nødvendig redskap for å tilegne seg kunnskap og ferdigheter i programfaget. Et eksempel på dette kan være å bruke måleredskaper og beregne arealer i utdanningsprogram for bygg- og anleggsteknikk. Et annet eksempel er å kunne sette opp et budsjett og føre regnskap, dette er aktuelt for fagarbeidere som skal starte egne bedrifter.

I opplæringen i matematikkfaget skal elevene lære å bruke matematikk i praktiske situasjoner. Å lære matematikk samtidig med at eleven holder på med programfagene sine, kan bidra til at elevene utvikler økt forståelse både for matematikk og programfagene.

I rapporten «matematikk i norsk skole anno 2014» er læreplanene i matematikk på yrkesfag omtalt i kapittel 5.4.

Du kan hente inspirasjon fra FYR (fellesfag, yrkesretting og relevans).

Matematikksenteret har utarbeidet noen undervisningsopplegg om matematikk på yrkesfag (pdf).

### 4 Tilpasset opplæring i fag

Læreplanverket inneholder en rekke føringer og sentrale verdier for tilpasset opplæring som er relevante når man underviser. Tilpasset opplæring gjelder for alle elever, lærlinger, lærekandidater og voksne deltakere (heretter omtalt som elever), både for de som følger ordinær opplæring og for de som mottar spesialundervisning. Tilpasset opplæring er ingen individuell rett, men skal skje gjennom variasjon og tilpasninger til mangfoldet i elevgruppen innenfor fellesskapet.

Tilpasset opplæring handler blant annet om å utnytte det lokale handlingsrommet i arbeidet med læreplaner. Elevene kan nå de samme kompetansemålene på ulike måter. Læreplanene i fag gir et handlingsrom for å velge tilpasset innhold, læringsstrategier, arbeidsmåter og organisering for å nå de samme kompetansemåtene. Hvordan skolen jobber med progresjon og undervisningsvurdering for å nå kompetansemålene skal også tilpasses.

I opplæringen skal elevene få være aktivt med i planlegging, gjennomføring og vurdering av opplæring. Skolen skal ta utgangspunkt i elevenes evner og forutsetninger. Det er viktig at alle elever møter utfordringer de kan mestre og utvikle seg etter. God klasseledelse og innsikt i læringsmiljøet i elevgruppen vil være

avgjørende for å kunne få til tilpasset opplæring.

Føringene og de sentrale verdiene i læreplanverket som omhandler tilpasset opplæring handler blant annet om å ivareta et inkluderende fellesskap der elevene opplever at de blir verdsatt. Elevene skal medvirke i planlegging, gjennomføring og vurdering av skolearbeidet, og de skal oppleve at deres erfaringer, kompetanse og potensial blir tatt i bruk og utfordret i opplæringen. Elevenes opplæring skal være preget av både variasjon og stabilitet. Elevene skal oppleve at læring sees i sammenheng og at det de møter i skolen har relevans for deres nåtid og framtid.

### Sentrale verdier for tilpasset opplæring

Læreplanen i faget matematikk har et stort handlingsrom for tilpasset opplæring. Eksempler på dette er utforskende arbeidsmåter der elevene arbeider sammen med problemløsning. Alle eksemplene viser hvordan opplæringen kan legges til rette for elever på ulikt faglig nivå. Eksempel 6 ser spesifikt på tilpasset opplæring.

## **5 Praktiske eksempler**

Dette kapitlet gir eksempler på undervisningsopplegg for barnetrinnet, ungdomstrinnet, Vg1 (1P/1P-Y og 1T) og Vg2 (2P).

Kapitlet viser hvordan du som lærer kan arbeide med utvalgte kompetansemål innenfor hovedområdet tal og algebra på ulike trinn. Eksemplene legger vekt på helhet og sammenheng mellom tidlig tilnærming til tall og algebra på barnetrinnet og utvidelse av tallbegrepet og generalisering med bokstavregning utover i løpet. Selv om eksemplene er hentet fra hovedområdet tal og algebra, kan metodene og tenkningen også brukes på de andre hovedområdene i matematikk.

Vi har valgt eksempler fra hovedområdet tal og algebra fordi dette er styrket i læreplanen og for å gi ideer til hvordan læreren kan starte med algebra allerede på de laveste trinnene. For å utvikle elevenes forståelse for algebra mener fagfolk\* at elevene bør møte prealgebra tidlig. Elevene møter algebra i mange sammenhenger. Når elevene oppdager tallmønstre, har de sett en algebraisk sammenheng. De bruker også algebraiske prinsipper når de utvikler strategier for tallregning. Posisjonssystemet og regneregler for negative tall gir elevene et tidlig møte med algebraiske strukturer.

Veiledningen gir eksempler på bruk av konkretiseringsmaterieil for å lette innlæringen av begreper og fagstoff. For elever med kort botid som ikke behersker det norske språket, kan dette være en måte å tilpasse opplæringen.

Konkretiseringsmateriellet i seg selv fører ikke til utvikling og læring, men det er tenkningen, samtalene og handlingene som blir utløst gjennom variert bruk av materiellet som gir læring. En utfordring er å få elevene

til å se koblingene mellom konkrete og matematiske symboler.

Veiledningen legger opp til samarbeidende og utforskende arbeidsmåter. De gode spørsmålene dukker ofte opp gjennom utforskning. Elevene bør jobbe seg inn i problemstillingene på hver sine måter. De vil kanskje undre seg over forhold læreren ikke selv har tenkt på. Læreren kan gjennom observasjon bidra til å gi elevene utfordringer på sitt nivå. Hvordan forholder elevene seg til hverandre under utforskningen? Hvordan samtaler de? Om noen av elevene kommer med ytringer og ideer som umiddelbart virker urimelige eller direkte feil, hvordan blir slike innspill ivaretatt? Svar på denne typen spørsmål er avgjørende for om elevene opplever mestring, trygghet, tillit og likeverd.

Forslag til hvordan lærerne kan arbeide med undervisvurdering, er lagt inn i eksemplene. Et hovedprinsipp for all vurdering er at elevene skal bli vurdert eller vurdere seg selv ut fra kjennetegn eller f.eks. læringsmål som er kjent for elever og lærere. Derfor må elevene kjenne de faglige målene for opplæringen, både de kortsiktige og de langsiktige. Det kan være aktuelt for elever og lærere å diskutere hva som ligger i ulik grad av måloppnåelse, slik at elevene kan plassere sin egen kompetanse i forhold til det. Å vurdere eget arbeid kan fremme elevenes læring. Elever er ofte flinke til å sette ord på hva de kan og hvordan de tenker. Elever kan også vurdere hverandres arbeid. Ut fra kjennskap til læringsmålene kan de lese hverandres besvarelser og gi en begrunnet vurdering. Dette vil bidra til å gjøre elevene mer bevisste på hva læringsmålene innebærer, og gi dem erfaring med hva som kjennetegner ulik måloppnåelse i faget. Ved at læreren i stigende grad involverer elevene vil elevene stadig kunne bli tryggere på å vurdere eget og andres arbeid ut fra læringsmål og kjennetegn på måloppnåelse.

Utdanningsdirektoratet har publisert veiledende kjennetegn for 10. trinn i matematikk som en hjelp til arbeidet med sluttvurdering.

Eksemplene viser hvordan de grunnleggende ferdighetene kan integreres i opplæringen. Det er naturlig at matematikkfaget har et særskilt ansvar for å ivareta den grunnleggende ferdigheten å kunne regne, ettersom regning er en del av matematikken. Samtidig er det å kunne kommunisere matematikk både muntlig, skriftlig og digitalt sentralt i faget. Å lese og forstå matematiske tekster i oppgaver, lærebøker og i ulike medier er en naturlig del av den matematiske kompetansen. Alle eksemplene ivaretar de grunnleggende ferdighetene regne, lese, skrive og muntlig. Digital ferdighet ivaretas i noen av eksemplene.

**Tabellen viser hvordan de grunnleggende ferdighetene er integrert i eksemplene i denne veiledningen.**

<b>Regneferdighet</b>	Regning er en del av matematikkfaget og inngår som en naturlig del av opplæringen. Regning innebærer å bruke symbolspråk, matematiske begreper, framgangsmåter og varierte strategier til problemløsning og utforsking. Utvikling av å regne går fra grunnleggende tallforståelse og problemløsning ut fra enkle situasjoner til å analysere og løse komplekse problemer med et variert utvalg av strategier og metoder.
<b>Leseferdighet</b>	Elevene får prøvd leseferdigheten når de leser oppgavetekster, og tolker og henter ut informasjon. Progresjon i leseferdigheten skjer gjennom mer krevende oppgavetekster.
<b>Skriftlig og muntlig ferdighet</b>	<p>Muntlige ferdigheter er integrert i eksemplene, blant annet gjennom samtale og diskusjon mellom lærer og elev og mellom elev og elev. Matematiske samtaler er en nøkkel til å bygge opp forståelse og til å gi læreren informasjon om hvordan elevene klarer de ulike utfordringene.</p> <p>Skriftlige ferdigheter er integrert i eksemplene, blant annet ved at eleven gjennom utforskende arbeidsmåter skriver ned det de kommer fram til med tall og symboler.</p> <p>Progresjonen i muntlige og skriftlige ferdigheter i matematikk synliggjøres ved økende presisjon i språket, ved økende bruk av fagtermer, og ved økende evne til å formulere resonnementer og til å formulere generaliseringer. Derfor er det viktig at elevene diskuterer og samtaler i faget, og at de får trening i å lese og forstå matematiske tekster.</p>
<b>Digital ferdighet</b>	Noen eksempler viser hvordan elevene kan bruke digitale verktøy til å presentere data i tabeller og grafer og til regresjon.

---

\* Senter for matematikk i utdanningen, [www.matematikkenteret.no](http://www.matematikkenteret.no)

### **Planlegging av opplæringen, refleksjonsspørsmål**

Det kan være nyttig å ta utgangspunkt i noen refleksjonsspørsmål når et undervisningsopplegg skal planlegges.

- Hvordan kan jeg kartlegge elevenes forkunnskaper?

- Hvordan knytter jeg dette temaet til elevenes interesser?
- Hvordan kan jeg konkretisere temaet?
- Hva gjør jeg for å fange elevenes oppmerksomhet?
- Hvordan kan jeg aktivt involvere elevene i arbeidet med temaet?
- Hvordan kan jeg vektlegge sentrale matematiske begreper?
- Hvordan involverer jeg elevene i underveisvurderingen?
- Hvordan tilpasse opplæringen og gi ekstra utfordringer til elever som trenger det, og mer tilrettelegging til de som trenger det?

Eksempelene i veiledningen er bygd opp etter samme modell. Selv om eksempelene er hentet fra hovedområdet tal og algebra, kan eksempelene også fungere som modell for undervisningsopplegg for kompetansemål fra andre deler av læreplanen. Vi angir ikke hvor mye tid som bør brukes på de ulike oppleggene. Læreren bør vurdere hvor lang tid som skal til for at elevene får utviklet grundig forståelse av de nye begrepene.

## Oppbygging av eksempelene

<p><b>Kompetansemål og læringsmål</b> Vi gir eksempler på hvordan kompetansemål kan konkretiseres i læringsmål.</p>	<p>Elevene kan være med og utforme læringsmålene, noe som kan bevisstgjøre eleven om hva de skal lære. Å lage læringsmål er en prosess det bør øves på over tid, og læreren bør veilede elevene. Vi har lagt vekt på å formulere læringsmålene i et språk som er forståelig for eleven. Bruk av konkrete læringsmål kan gjøre det tydeligere for lærere og elever hva det er forventet at elevene skal mestre når undervisningsopplegget er ferdig. Det kan også bidra til at elevene får økt forståelse for egen læringsprosess og for hvordan de kan utvikle seg videre. Elever lærer i ulikt tempo, og underveis i læringsprosessen kan det være behov for sjekkpunkter/kontrollspørsmål for å finne ut hva eleven har lært så langt. Da kan læreren og eleven i samråd bedømme om eleven er i stand til å gå videre, eller om han/hun må bruke litt lengre tid.</p>
<p><b>Forkunnskaper og introduksjon</b> Her kommer progresjonen i faget fram</p>	<p>Her er det viktig å finne ut hva elevene kan om emnet fra før. Dette kan gjøres på ulike måter, for eksempel ved å stille relevante spørsmål, lage felles tankekart om emnet på tavla i samtale med elevene, gi dem en liten førtest (f.eks. enkle flervalgsoppgaver), la dem prøve seg på enkle oppstartsuppgaver o.l. for å motivere til videre arbeid.</p>
<p><b>Utforskning og arbeid</b></p>	<p>Det kan være lurt å bruke konkrete for at elevene kan prøve seg fram og ha en utforskende tilnærming til lærestoffet. Arbeidsformen veksler mellom helklasse, gruppeaktivitet og individuelt arbeid. Vi oppfordrer læreren til å gripe tak i det elevene kommer fram til, og utnytte dette til å forklare for klassen.</p>

	<p>Lag gjerne en oversikt/oppsummering (kanskje som et tankekart) sammen med elevene når dere har arbeidet med det nye stoffet. Hva er viktig her? Hva bør vi kunne? Hvordan henger dette sammen med emner vi har lært om tidligere? Elevene lærer og husker bedre dersom de får hjelp til å sette det de har arbeidet med i system og til å se sammenhenger.</p>
<b>Refleksjon og oppsummering</b>	<p>Som en del av undervisningsopplegget inngår refleksjon over elevenes læring og eventuelle tilpasninger for de ulike elevene. Bør opplegget justeres for å nå hele elevgruppen? Noen elever vil trenge større utfordringer, andre vil trenge mer tilrettelegging og oppfølging. Dette punktet bør ses i sammenheng med undervisvurderingen.</p>
<b>Undervisvurdering</b>	<p>Undervisvurdering og elevenes egenvurdering er en naturlig del av læringsprosessen. I eksemplene vil læringsmålene vise elevene hva de bør kunne etter endt undervisningsopplegg. Læringsmålene kan brukes i egenvurdering og undervisvurdering. Har eleven nådd målene? Tenk ut gode spørsmål og utfordringer du kan gi elevene knyttet til læringsmålene. La elevene tenke gjennom og gjerne markere hver for seg hva de mener de kan, og hva de fremdeles er usikre på.</p> <p>For korte undervisningsopplegg kan det være tilstrekkelig å vurdere elevenes måloppnåelse ut fra læringsmålene, og ikke lage egne kjennetegn for måloppnåelse.</p> <p>Undervisvurdering i faget bygger på at elevene</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• forstår hva de skal lære, og hva som er forventet av dem</li> <li>• får tilbakemeldinger om kvaliteten på arbeidet eller prestasjonen</li> <li>• får råd som danner utgangspunkt for videre læring</li> <li>• er involvert i eget læringsarbeid ved blant annet å vurdere eget arbeid og utvikling</li> </ul>

## Eksempel 1: Addisjon og subtraksjon

### 1.-2. årstrinn

I dette eksemplet bruker elevene addisjon og subtraksjon i praksis gjennom å håndtere penger (lekepenger). I opplegget inngår en «bank» der elevene kan veksle penger. Innlæring av enkle matematiske begreper inngår også. Elevene arbeider i par og får oppgaver som løses praktisk, men som skrives ned i arbeidsboken.



## Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområdet Tal. Eleven skal kunne

- utvikle, bruke og samtale om varierte reknestrategiar for addisjon og subtraksjon av tosifra tal og vurdere kor rimelege svara er

## Forslag til læringsmål

På 1. og 2. trinn er det muligens for tidlig å la elevene være med på å lage læringsmål. Hvis læreren velger å presentere læringsmålene for elevene, bør elevene og læreren samtale om hva de betyr. Her finner du forslag på hvordan kompetansemålet kan konkretiseres i læringsmål.

Eleven kan

- velge framgangsmåte selv for å finne svar på pluss- og minusstykker for tall fra 10 til 100
- forklare, både med ord og matematiske symboler, hvordan de fant svarene på regnestykkene
- gjøre overslag før de regner ut, og vurdere etterpå om svaret kan være riktig

## Grunnleggende ferdigheter

Å regne i form av å utvikle tallforståelsen og behandling av tall er sentralt i dette eksempelet. Elevene samtaler, forklarer og lager regnehistorier. De skriver regnestykker, og de leser og forstår tall og symboler.

## Forkunnskaper og introduksjon

Elevene bør kunne den lille addisjons- og subtraksjonstabellen. Dette eksempelet forutsetter også at elevene har arbeidet med kompetansemålet som omhandler penger, under hovedområdet måling i læreplanen.

Dersom elevene har denne forkunnskapen på 1. årstrinn, kan elevene gjøre denne aktiviteten allerede da.

Gi elevene enkle regnestykker, for eksempel  $6+7$ . La to og to elever forklare hverandre hvordan de tenker. Gå rundt og lytt til hva elevene sier, og trekk fram ulike tenkemåter i en felles diskusjon etterpå. For eksempel  $6+6 = 12$ , og en til blir 13.  $3+7 = 10$ , og 3 til er 13. Telle 7 oppover fra 6, eller 6 oppover fra 7.

Gjør det samme med  $2+9$ ,  $7-3$ ,  $12-5$ .

## Utforsking og arbeid

Dere trenger lekepenger. Mange tikroner og mange kronestykker. Elevene bør ha skrivebøker og skrivesaker.

La elevene arbeide i par. Den ene får utdelt tre tikroner og fire kronestykker (lekepenger). Den andre får fire tikroner og sju kronestykker. (For å differensiere kan du la den andre få fire tikroner og tre kronestykker i noen grupper.)

Elevene veksler penger i banken når de ser at det er nødvendig. Banken er et bord i klasserommet der det ligger mange tikroner i en boks, og mange kronestykker i en annen boks. Gi beskjed om at hvis de har mer enn ti kronestykker, så må de veksle inn i en tier før de går videre til neste oppgave. Elevene samarbeider om å løse oppgavene, og de skriver regnestykkene som hører til. Be dem anslå svaret før de gjør opptelling og skriver regnestykkene.

- **Første oppgave:** Elev 1 gir alle sine penger til elev 2. Hvor mye har elev 2 nå? Husk å veksle i banken! Husk å skrive regnestykket!
- **Andre oppgave:** Elev 2 gir 15 kr tilbake til elev 1. Hvor mye har elev 2 nå? Hvor mye har elev 1 nå? Veksle i banken hvis det trengs! Husk å skrive regnestykkene!
- **Tredje oppgave:** Hvem har mest penger? Hvor mye mer har hun/han enn det den andre har? Husk å skrive regnestykket!
- **Fjerde oppgave:** Begge elevene får 29 kr hver i gave fra banken. Hvor mye har hver av elevene nå? Husk å veksle! Hvor mye har de til sammen? Husk å skrive regnestykkene!
- **Femte oppgave:** Begge elevene vil sette 36 kr i banken. Hvor mye har hver av dem igjen? Hvor mye har de til sammen? Husk å veksle! Hvor mye har de til sammen? Husk å skrive regnestykkene!

La elevene finne på historier om å få og gi og lage regnestykker som passer. Bruk penger, banken og veksling, slik som i oppgavene ovenfor.

## Refleksjon og oppsummering

Arbeid spesifikt med å bevisstgjøre eleven på hvilke situasjoner det er naturlig å velge addisjon fremfor subtraksjon og omvendt. Be elevene komme med eksempler på bruken av disse sentrale begrepene:

- til sammen (hvor mye koster det til sammen?)
- i tillegg (du har så mye og får noe i tillegg)
- forskjell (høydeforskjell, aldersforskjell)
- mer enn (Per har 23, Eva har 12 mer enn Per...)
- mindre enn (Per har 17, Eva har 11 mindre enn Per...)
- pluss
- minus

## Underveisvurdering

Du kan gå rundt å observere og notere om noen trenger mer trening på enklere oppgaver, og om noen trenger større utfordringer. Regnehistorier kan gi elevene utfordringer på sitt nivå. Gjennom observasjon og samtaler med elevene underveis får du informasjon om elevenes forståelse av læringsmålene.

Her foreslår vi å bruke kjennetegn på høy måloppnåelse som vurderingsgrunnlag. Elevene kan selv vurdere om de har nådd målene i samtale med læreren.

Eleven kan

- bruke varierte fremgangsmåter for addisjon og subtraksjon med tosifrede tall
- velge hensiktsmessig regnearter ut fra konteksten (situasjonen)
- forklare egen tenkemåte
- skrive regnestykker med matematiske symboler, begrunne svarene og vurdere gyldigheten av dem

## Eksempel 2: Tall

### 1.-2. årstrinn

I dette eksemplet bruker elevene konkretiseringsmaterieil til å sammenligne tall eller mengder i oppgaver der addisjon og subtraksjon inngår. Dette er en forsiktig introduksjon til algebra (prealgebra) der eleven finner hvilket tall som mangler (ukjent «x») for at regnestykket skal bli riktig.

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområdet Tal. Eleven skal kunne

- gjere overslag over mengder, telje opp, samanlikne tal og uttrykkje talstorleikar på varierte måtar
- utvikle, bruke og samtale om varierte reknestrategiar for addisjon og subtraksjon av tosifra tal og vurdere kor rimelige svara er

### Forslag til læringsmål

På 1. og 2. trinn er det muligens for tidlig å la elevene være med på å lage læringsmål. Hvis læreren velger å presentere læringsmålene for elevene, bør elevene og læreren samtale om hva de betyr. Her finner du forslag på hvordan kompetansemålene kan konkretiseres i læringsmål.

Eleven kan

- sammenligne to mengder og avgjøre hvor det er flest og færrest, og finne forskjellen mellom dem
- finne ut hvilket tall som mangler for at enkle pluss- eller minusstykker skal bli riktige
- forstå at det skal være lik verdi på hver side i pluss- eller minusstykket for at det skal være riktig.
- finne ut at minus er det samme som å finne forskjell, og kan skrive regnestykket som hører til

### Grunnleggende ferdigheter

Elevene arbeider med grunnleggende tallforståelse, tallbehandling og matematiske symboler. De teller i kor, lager regnehistorier, diskuterer oppgavene og beskriver matematiske sammenhenger med ord. Elevene skriver ned oppgaver basert på konkretiseringsmaterieil. De leser og forstår tall, bruk av likhetstegnet og andre

matematiske symboler.

## Forkunnskaper og introduksjon

Elevene bør ha relativt god tallforståelse, gjenkjenne tall som mengder og være trygge på telling. De bør ha blitt introdusert for subtraksjon som forskjellen mellom to mengder/størrelser.

Hvis det er nødvendig, kan dere gjøre øvelser som å telle i kor. Du sier for eksempel 12, og så fortsetter elevene å telle oppover fra 12 til du sier stopp.

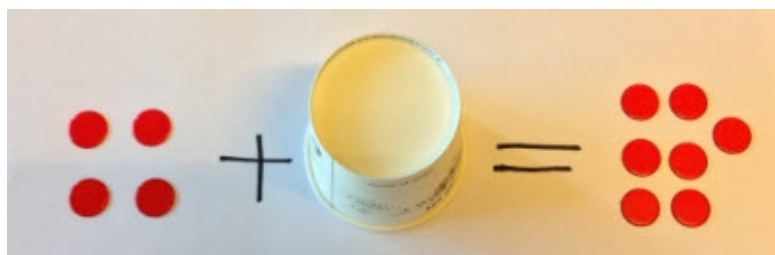
Gjør det samme med å telle nedover fra et tall. La elevene fortsette også over tiere.

Lag regnehistorier der elevene kan komme med innspill. For eksempel om Mette og Mons som samler på skjell. En dag da de var på stranda, hadde Mette funnet 8 skjell og Mons hadde funnet 5. Hvor mange hadde de til sammen? Da de kom hjem, hadde Mette bare 3 skjell. Hvor mange hadde hun mistet?

## Utforsking og arbeid

Denne aktiviteten kan for eksempel gjennomføres med tellebrikker og plastkopper på en overhead i «lyttekroken». Med litt tilpasning av utstyr og konkrete kan den også gjennomføres på smartboard, på tavla, på gulvet eller på en magnettavle.

Bruk en overhead og sett opp en bok slik at elevene ikke ser hva du legger ut på skjermen, eller bruk smarttavle og dekk over med et ark du taper fast. Lag følgende utfordring:

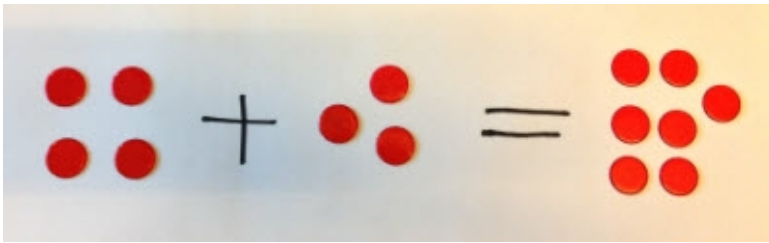


Spørsmål til elevene:

- Hvor mange brikker skjuler seg under koppen, hvis det skal være like mange brikker på hver side av =?

Be elevene diskutere sammen, to og to. La gruppene komme med forslag, og diskuter de ulike løsningene i fellesskap.

Ta bort koppen og vis løsningen:

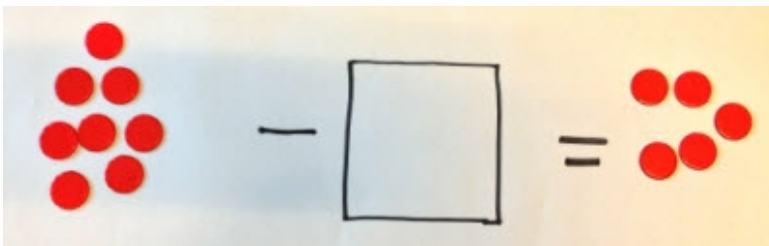


Spørsmål til elevene:

- Hvordan kan vi skrive dette med tallsymboler? La elevene komme med forslag. Kom i fellesskap frem til at dette kan skrives som:  $4 + 3 = 7$ .

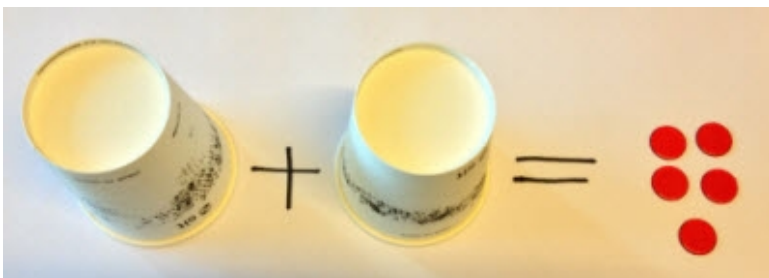
### Videre arbeid

1. Lag et regnestykke til som dere gjennomgår i fellesskap
2. La elevene lage regnestykker til hverandre med kopper og brikker. Den som skal løse oppgaven, må også skrive regnestykkene med matematiske symboler (tallsymboler og riktige tegn).
3. Lag et tilsvarende regnestykke med subtraksjon som dere gjennomgår i fellesskap. Dette kan gjøres slik med brikker: Hvor mange brikker må vi ta bort? Skriv regnestykket når elevene har funnet svaret.



4. La elevene lage flere subtraksjonsstykker til hverandre. De bør også skrive regnestykkene med matematiske symboler.

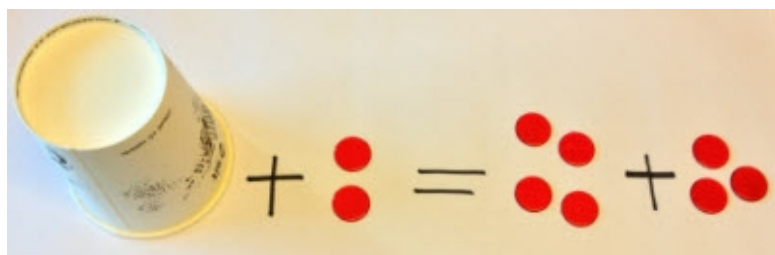
5. En ekstra utfordring kan være slik:



Hvor mange brikker kan skjule seg under hver av koppene? Hvor mange løsninger finner vi? Dette kan skrives slik:  $\square + \square = 5$  Målet med denne aktiviteten er å finne alle tallpar som gir summen. Mange elever har problemer med å skjønne hva likhetstegnet betyr. Det er derfor viktig å bruke tid til å sette fokus på dette helt

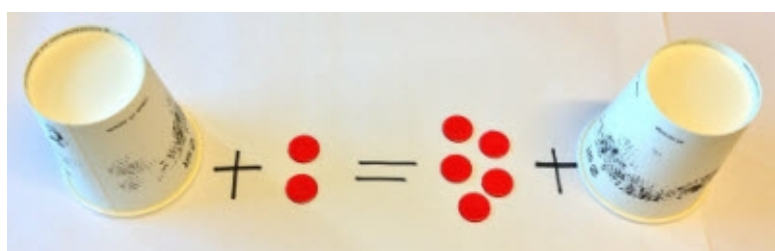
fra starten av opplæringen.

6. For å lære elevene at likhetstegnet betyr at det som står på hver side har samme verdi (ikke bare «nå kommer svaret»), kan elevene for eksempel få slike oppgaver:



Hvor mange brikker kan ligge under koppen for at dette skal bli riktig? Skriv med tall og symboler.

7. Utfordring:



Hvor mange brikker kan ligge under koppene for at dette skal bli riktig? Skriv med tall og symboler. Hvor mange løsninger kan vi finne?

### Refleksjon og oppsummering

Gjennom lek får elevene erfare at de kan beskrive matematiske sammenhenger med ord og med matematiske symboler. Dette er med på å legge grunnlag for god tallforståelse og videre arbeid med algebra. Koppen kan gjerne erstattes med symbolet  $x$  for å venne elevene til at vi kan bruke bokstaver for å uttrykke tall vi ikke vet hva er.

Lag stasjoner med flere utfordringer av samme type som beskrevet i aktiviteten. Noen bør være enkle og uten tieroverganger, og noen vanskeligere. Ha en stasjon med bare addisjon, en med bare subtraksjon og en med blanding. Bruk kopper til å skjule svarene, så kan elevene kontrollere om de sa riktig tall.

Du kan gå rundt og observere og notere om noen trenger mer trening på enklere oppgaver, og om noen trenger større utfordringer. Det kan være aktuelt at noen begynner å gjøre oppgavene med symboler og uten konkrete.

### Underveisvurdering

Teksten over vil inngå som en del av underveisvurderingen. Gjennom observasjon og samtaler med elevene underveis får du informasjon om elevenes forståelse av læringsmålene.

Her foreslår vi å bruke kjennetegn på høy måloppnåelse som vurderingsgrunnlag. Elevene kan sammen med læreren vurdere om målene er nådd.

Forslag kjennetegn på høy måloppnåelse, eleven kan

- fullføre enkle addisjons- og subtraksjonsstykker der ett av tre tall mangler, både med konkrete gjenstander og med tall og symboler
- raskt finne løsninger på oppgavene og forstår symbolene
- forstå hva likhetstegnet betyr på den måten at de forstår at det som står på hver side av likhetstegnet, skal ha samme verdi
- forklare hvordan hun/han kommer fram til løsningene, og lage lignende oppgaver selv

## Eksempel 3: Algebra

### 3.-4. årstrinn

I dette eksemplet introduseres elevene for enkle ligninger. Elevene leser tekstoppgaver og oversetter fra tekst til regnestykker med tall og symboler (bokstaver og tegn). De utfordres til å se sammenhenger mellom bokstaver/«ukjente» og tall.

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområdet *Tal Eleven skal kunne:*

- bruke matematiske symbol og uttrykksmåtar for å uttrykke matematiske samanhengar i oppgåveløysing

### Forslag til læringsmål

Kompetansemålet kan konkretiseres i disse læringsmålene. Eleven kan

- lese oppgaveteksten, forstå hva den handler om
- oversette teksten til matematikk med tall, bokstaver og tegn
- løse oppgaver der eleven må løse flere regnestykker for å komme fram til svaret, og oppgaver som kan ha mer enn én løsning
- sette inn tall istedenfor bokstaver i uttrykk som inneholder bokstaver, og finne verdien av uttrykkene for forskjellige valg av tall

### Grunnleggende ferdigheter

Elevene skriver oppgaver med utgangspunkt i tekster og diskuterer seg fram til løsninger. Progresjonen i å

lese er her tydeliggjort fra 1.-2. trinn ved at elevene leser og bør forstå en oppgavetekst. De oversetter fra en tekst til matematiske symboler. Progresjonen i regneferdigheten innebærer at elevene bruker tall og bokstaver til å lage en enkel likning.

## Forkunnskaper og introduksjon

Elevene har god tallforståelse og er kjent med at en ukjent tallstørrelse kan uttrykkes som "x".

## Utforsking og arbeid

a) Lag en tabell på tavla der elevene foreslår forskjellige algebraiske uttrykk. Tabellen kan for eksempel handle om lærerens alder. Fyll ut algebraiske uttrykk i ett felt i hver kolonne i felles klasse og la elevene fylle ut resten. For eksempel slik:

Læreren din er:	32 år	x år
Om 2 år		
Om 5 år	32 +5	
Om 10 år		
For 3 år siden		x-3
For 10 år siden		

b) Som en tilnærming til å forstå hva ligninger er (oversette fra tekst til ligning/matematisk uttrykk) kan elevene få oppgaver av denne typen:

Geir spiste fem jordbær fra en kurv. Jens spiste også noen jordbær fra kurven Det lå 12 jordbær i kurven før de begynte å spise, og nå er kurven tom. Lag en ligning som viser hvor mye de har spist til sammen. (Noen elever kan få hjelp av å bruke tellebrikker e.l. som konkrete.)

c) Tenk dere at en snekker lager krakker med 3 bein og bord med 4 bein. En dag hadde snekkeren brukt opp 33 bein. La k være antall krakker og b være antall bord. Lag en ligning som viser hvor mange bein snekkeren hadde brukt til sammen.

Dette er en annen type oppgave som brukes til å oversette fra tekst til ligning. (Her blir det to ukjente. Det er ikke meningen at de skal løse ligningen ved regning, men ved prøving og feiling.)

Del ut hobbypinner eller fyrstikker (bein) til elevene. La elevene holde på med problemet en stund før du kommer med neste utfordring: Finnes det mer enn én løsning?

Finn alle mulige løsninger. Dokumenter at løsningene passer, og vis hvordan dere er sikre på at dere har funnet alle. Lag en tabell som kan hjelpe elevene til å finne svar på hvor mange krakker og hvor mange bord



det kan ha vært. Tabellen kan se slik ut når elevene har løst oppgaven:

k	B	$3k + 4b$
3	6	$3 \cdot 3 + 4 \cdot 6 = 9 + 24 = 33$
11	0	$3 \cdot 11 + 4 \cdot 0 = 33 + 0 = 33$
7	3	$3 \cdot 7 + 4 \cdot 3 = 21 + 12 = 33$

Utvidelser:

- Hva hvis det var 35 bein (eller andre tall)?
- Hva hvis han i tillegg laget benker med 6 bein (eller 5, eller 8 bein)?
- La elevene lage lignende oppgaver til hverandre.

## Refleksjon og oppsummering

Aktivitetene over oppfordrer elevene til å oversette fra tekst til symboler. Start med å uttrykke sammenhengene med ord. Noen elever trenger å gå veien om talleksempler før de klarer å bruke matematiske symboler for å uttrykke sammenhengen.

Lag lignende oppgaver som oppsummering. Pass på å lage noen der det bare er én løsning, og noen med mange løsninger. Slik vil oppgavene kunne gi utfordringer til alle elevene. Noen kan bruke konkrete, mens andre kan klare det bare med å bruke tabeller og symboler.

## Underveisvurdering

Observer om elevene forstår problemstillingene i oppgaveteksten, og om de klarer å hente ut relevante opplysninger. Elever og lærer kan sammen vurdere om eleven har nådd målene

Her har vi foreslått kjennetegn på høy måloppnåelse til bruk i underveisvurderingen.

Eleven kan

- oversette fra en tekst/et problem til algebraiske symboler og bruke dette til å løse sammensatte oppgaver med mer enn én løsning
- finne verdien av algebraiske uttrykk ved innsetting

## Eksempel 4: Brøkregning

### 5.-7. årstrinn

I dette eksempelet bruker elevene konkretiseringsmateriell til å finne fellesnevner for brøker gjennom å forkorte og utvide brøker. Elevene adderer og subtraherer brøker med ulike nevner. De arbeider i smågrupper og får problemløsningsoppgaver som de utforsker sammen. Konkretiseringsmateriell brukes for å lette innlæringen av brøk.

## Kompetansemål det arbeides med

Hovedområde *Tal og algebra Eleven skal kunne*

- finne samnemnar (bm.: fellesnevner) og utføre addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av brøkar

## Forslag til læringsmål

Eksempelet omfatter ikke multiplikasjon av brøker. Kompetansemålet er konkretisert i læringsmål for å bygge opp en forståelse av addisjon og subtraksjon av brøker med forskjellige nevner.

Eleven kan

- utvide og forkorte brøker
- forstå at minste felles multiplum for flere tall er det minste tallet som kan deles med alle tallene
- finne minste felles multiplum og se at dette tallet kan brukes til fellesnevner når eleven legger samme og trekker fra brøker
- regne med brøker i pluss- og minusstykker med ulike nevner

## Grunnleggende ferdigheter

Progresjonen i regneferdigheten innebærer å regne med brøk med ulike nevner. Muntlige ferdigheter inngår i repetisjon og diskusjon i kassen og gjennom samtaler mellom elever i utforskingen. Elevene skriver ned regnestykker, utregninger og svar med matematiske symboler. Elevene leser og forstår brøker og matematiske symboler.

## Forkunnskaper og introduksjon

Elevene kan utfordres til å komme med eksempler på praktiske situasjoner der de har hatt bruk for å kunne regne med brøk. De kan også utfordres til å se for seg situasjoner der de vil kunne få bruk for brøkgregning.

Diskuter og repeter sammen med elevene hvordan vi kan

- beskrive ekte brøk på ulike måter, for eksempel med konkrete, tegninger, symboler eller eksempler fra dagliglivet
- addere og subtrahere brøker med like nevner (lag gjerne figurer eller bruk konkrete for å illustrere) Hvorfor kan vi ikke addere og subtrahere på samme måte som med hele tall?
- utvide og forkorte brøker

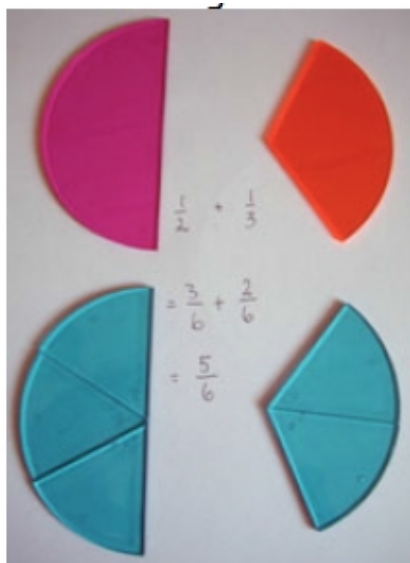
## Utforsking og arbeid

Be elevene finne summen av  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

La elevene utforske dette som en problemløsningsoppgave i smågrupper.

Gi elevene brøksirkler eller brøkstaver som hjelpemiddel. Observer hvilke metoder de bruker for å finne summen.

Etter eventuelt flere slike utfordringer vil elevene nærme seg ideen om at brøkene må deles opp i mindre deler, slik at de ulike brøkene kan "måles" med de små brøkdelenene.



NB! Husk å be elevene om å skriftliggjøre strategiene og løsningene. Framgangsmåter og resultater dokumenteres i elevenes egne skrivebøker. De kan tegne og forklare med tekst, men de bør også lære å skrive regnestykket, utregninger og svar med matematiske symboler. La gjerne noen elever lage forslag til dokumentasjon på tavla. Elevene diskuterer og samtaler om de ulike løsningene, og forklarer framgangsmåten sin til en elev fra en annen gruppe.

Elevene arbeider videre i smågruppene og bruker brøksettene til å finne den største brøkdelen som kan brukes til å legge oppå og måle.

a)  $\frac{1}{2}$  og  $\frac{1}{5}$

b)  $\frac{1}{4}$  og  $\frac{1}{6}$

c)  $\frac{2}{3}$  og  $\frac{1}{2}$

Finn også summen av brøkene i a), b) og c).

Introduser begrepene fellesnevner og minste felles multiplum (det minste tallet nevnerne går opp i). Dette kan gjøres i samtale med elevene i full klasse, for eksempel ved å bruke en tabell. I eksempelet

b)  $\frac{1}{4}$  og  $\frac{1}{6}$ , kan tabellen se slik ut:

Gangerekkene til 4  
og 6

	· 1	· 2	· 3	· 4
4	4	8	12	16
6	6	12	18	24

Det minste tallet som finnes i begge gangerekkene, er 12. Da er 12 minste felles multiplum for 4 og 6, og kan brukes som fellesnevner.

La elevene vise hvordan de to brøkene utvides til 12-deler, og be dem skrive regnestykket. Det kan se slik ut:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{2}{6} = \frac{5}{12}$$

Addisjon med 3 ledd i nevneren:

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 15}{2 \cdot 15} + \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{9+15+5}{30} = \frac{29}{30}$$

Eksempel på subtraksjon:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

Utfordre elevene til å lage oppgaver til seg selv og hverandre for å automatisere ferdighetene med å finne fellesnevner.

Differensier ved å gi nye utfordringer med vanskeligere nevner for de elevene som synes dette er uproblematisk. De som trenger mer trening, arbeider med ensifrede nevner en stund til, både med addisjon og subtraksjon. For mange elever vil det være uproblematisk å regne med tosifrede nevner, og de kan utfordres til det.

## Refleksjon og oppsummering

Diskuter gjerne med elevene:

- Hvorfor må vi finne fellesnevneren for å addere og subtrahere brøker?
- Alternative metoder for å finne fellesnevneren. Hva hvis nevnerne multipliseres? Eksempel:  $\frac{2}{3} + \frac{5}{8}$

I aktivitetene over bruker elevene konkreter som er laget for å lette begrepsutviklingen og for å unngå

misoppfatninger/misforståelser. Hvis aktivitetene over viser at enkelte elever har mangelfull begrepsforståelse, bør de få arbeide med variert konkretiseringsmateriell og bestemme ulike brøkdeler, navnsatte dem, skrive dem med symboler, sammenlikne ulike brøker\* , osv.

Når elevene forstår dette, bør de arbeide med addisjon og subtraksjon av brøker med like nevnerne. Neste steg er addisjon og subtraksjon av brøker der fellesnevnerne er identiske med en av nevnerne.

Elever som forstår dette veldig raskt, kan få brøker med vanskelige nevnerne, eller øve på overslag med brøk. Det finnes mange gode problemløsningsoppgaver med brøk. Elevene kan selv lage oppgaver fra dagliglivet som handler om brøk, for eksempel matoppskrifter der mengdene endres.

## **Underveisvurdering**

Avsnittet over om refleksjon og oppsummering peker på at opplæringen bør tilpasses underveis. Til bruk i underveisvurderingen forslår vi her å beskrive elevenes faglige utvikling i tre trinn. Formålet er ikke å plassere elevene på bestemte nivåer, men å bruke informasjonen om elevenes kompetanse i det videre læringsarbeidet.

Lav måloppnåelse	Middels måloppnåelse	Høy måloppnåelse
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eleven kan forklare hva en brøk er, kan skrive den med symboler, sammenlikne brøker med like nevnerer og addere og subtrahere slike brøker ved hjelp av konkrete.</li> <li>• Eleven kan sammenlikne ulike nevnerer ved bruk av konkretiseringsmateriell, for eksempel brøksirkler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eleven kan addere og subtrahere brøker med like nevnerer.</li> <li>• Eleven kan også gjenkjenne situasjoner med brøk, og sette opp regnestykker som passer til situasjonen.</li> <li>• Elevene kan summere spesielle brøker som halve, firedeler og åttedeler i hodet og på papiret.</li> <li>• Eleven kan addere og subtrahere brøker der den ene nevneren er fellesnevneren. I slike tilfeller mestrer eleven bruk av symboler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elevene kan addere og subtrahere brøker med like og ulike nevnerer, og kan forklare hva det betyr å finne fellesnevneren.</li> <li>• Eleven kan lage regnefortellinger med brøk, løse problemløsningsoppgaver og gjenkjenne brøk og bruke brøkreking.</li> </ul>

For å finne ut i hvilken grad de ulike elevene har nådd læringsmålene, kan læreren for eksempel lage en liten test, samtale med enkeltelever, med elevgrupper, med hele klassen eller ha en innleveringsoppgave.

---

\* Konkretiseringsmateriell som egner seg her, er for eksempel brøksirkler, brøkstaver, mosaikkbiter, tangram, ulike mengder med fargede brikker, oppdeling av ulike geometriske figurer og cuisenairestaver.

## Eksempel 5: Regning med parenteser og forenkling av uttrykk

### 5.-7. årstrinn

I dette eksempelet bruker elevene et spill for å øve opp ferdigheter i tallregning, bruk av parenteser og regnerækkefølge. Elevene arbeider sammen i par eller grupper. Hver gruppe trenger en kortstokk. De skal komme fram til regler om parenteser og regnerækkefølge.

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområde *Tal og algebra* Eleven skal kunne

- stille opp og løse enkle likninger og løse opp og rekne med parenteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal

### Forslag til læringsmål

Eksempelet tar for seg en del av kompetansemålet som handler om å regne med parenteser.

Kompetansemålet er foreslått konkretisert i disse læringsmålene for å bygge opp elevens forståelse rundt bruk av parenteser i matematikk.

Eleven kan

- finne svaret på regnestykker med og uten parenteser, vite om og bruke riktige regler for rekkefølgen av de ulike regneoperasjonene (pluss, minus, gange, dele)
- sette parenteser på riktig plass i regnestykker, slik at svarene blir som forventet
- forklare hvorfor det kan bli forskjellige svar når det står parenteser i et regnestykke, og når det ikke står parenteser

### Grunnleggende ferdigheter

Progresjonen i regneferdigheten innebærer her at elevene bruker parenteser i matematikkoppgaver.

Kommunikasjonen mellom elevene blir mer avansert når de samtaler om regnerækkefølge og parenteser.

Elevene formulerer regnereglene skriftlig og skriver regnestykker med matematiske symboler. De regner oppgaver med parenteser på lommeregneren.

## Forkunnskaper og introduksjon

Repetér reglene for regnerekkefølge med noen talleksempel. Vis eksempler på hvordan bruk av parenteser kan endre tallsvaret.

Eksempel:

$$5+3 \cdot 6 = 5+18 = 23 \text{ og } (5+3) \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$$

La elevene lage lignende eksempler.

## Utforsking og arbeid

Elevene bruker et spill som kalles «Hvem treffer tallet». Dette er et spill som kan brukes for å øve opp ferdigheter i tallregning, bruk av parenteser og regnerekkefølge.

Beskrivelse:

”Hvem treffer tallet”?

Elevene spiller to eller tre sammen, og hver gruppe trenger en kortstokk. De blir enige om et tall mellom 50 og 100 som er målet de skal treffe.

Spiller nr. 1 trekker 4 kort (knekt =11, dame = 12, konge = 13, ess =1). Alle tallene skal brukes en gang til å lage et regnestykke med svar så nær målet som mulig. Det er lov å bruke alle fire regningsarter, parenteser og brøkstrek. Skriv regnestykket med matematiske symboler. Husk parenteser om nødvendig og riktig regnerekkefølge. De andre spillerne må godkjenne svaret. Spiller nr. 2 og 3 gjør det samme. Den som er nærmest målet, vinner omgangen og får 1 poeng. Spill flere ganger, på tid eller til en viss poengsum.

## Refleksjon og oppsummering

Læreren går rundt og observerer og trekker fram eksempler på riktig og feil bruk av parenteser og regnerekkefølge. Klassen diskuterer og kommenterer disse eksemplene. Samle gjerne inn arkene med regnestykkene fra klassen, og sjekk at de har brukt reglene på riktig måte. I hjemmelektse kan elevene spille «Hvem treffer tallet?» og se om de kan lage regnestykker som blir enda nærmere målet.

Oppsummer aktiviteten ved å formulere regnereglene og regnerekkefølgene skriftlig og muntlig i felles klasse.

Lær elevene hvordan de bruker lommeregneren for at den skal regne riktig. Mange lommeregnerer er ikke programmert til å ”kunne” reglene for regnerekkefølge.

## Underveisvurdering

Her foreslår vi å bruke kjennetegn på høy måloppnåelse som vurderingsgrunnlag underveis. Elev og lærer kan sammen vurdere om eleven har nådd målet. Eventuelt kan du lage en liten test som elevene kan rette for



hverandre.

Eleven kan

- regne sikkert med riktig bruk av regnerekkefølge og parenteser
- regne med parenteser både ved å trekke sammen leddene inni parentesen og ved å multiplisere et tall med parentesen. Eksempel:  $3 \cdot (10+2) = 30+6 = 36$ , eller  $3 \cdot 12 = 36$

## **Eksempel 6: telle i kor (med vekt på tilpasset opplæring)**

### **5.-7. årstrinn**

I dette opplegget teller elevene i klassen høyt sammen ved å legge til eller trekke fra et bestemt tall. Læreren skriver tallene etter hvert som elevene teller. Læreren stopper tellingen ved strategiske punkter slik at elevene kan diskutere mønster som kommer fram, komme med antakelser ved å bruke mønstrene og forklare hvorfor mønstrene trer fram.

### **Kompetansemål det arbeides med**

Hovedområde **Tal og algebra**

Eleven skal kunne

- beskrive og bruke plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent, og plassere dei ulike storleikane på tallinja.
- utforske og beskrive strukturar og forandringar i geometriske mønster og talmønster med figurar, ord og formlar

### **Forslag til læringsmål**

Opplegget går ut på å beskrive og bruke plassverdisystemet for desimaltall. Kompetansemålene er konkretisert i læringsmål for å bygge opp en forståelse av desimal og tallmønster.

Eleven kan beskrive, bruke og begrunne

- sammenhenger knyttet til posisjonssystemet (10 tideler = 1 hel)
- overgangen mellom tideler og enere
- sammenhengen mellom multiplikasjon og gjentatt addisjon
- sammenhengen mellom 0,3 – gangen og 3 – gangen

### **Grunnleggende ferdigheter**

I dette opplegget arbeides det hovedsakelig med muntlige ferdigheter og å kunne regne som grunnleggende ferdighet. Muntlige ferdigheter inngår i å være med i samtaler, kommunisere ideer og drøfte løsninger og strategier med andre. Progresjon i regneferdigheten innebærer å bruke mønster, struktur og sammenhenger i valg av strategier og begrunnelser for gyldigheten av svar.

## Forkunnskaper og introduksjon

Det er viktig å reflektere sammen med elevene om verdien til 0,3. Når man teller, leser man null – komma – tre, null – komma – seks osv. En vanlig misoppfatning er at tallet før og etter desimalkommaet er to selvstendige tall. Det er ingen støtte i språket med tanke på å knytte en verdi til tallet.

Læreren leder diskusjonen med elevene:

- Hva betyr egentlig 0,3?
- Hvor mye er det verdt?
- Hvordan skal tallet uttales?

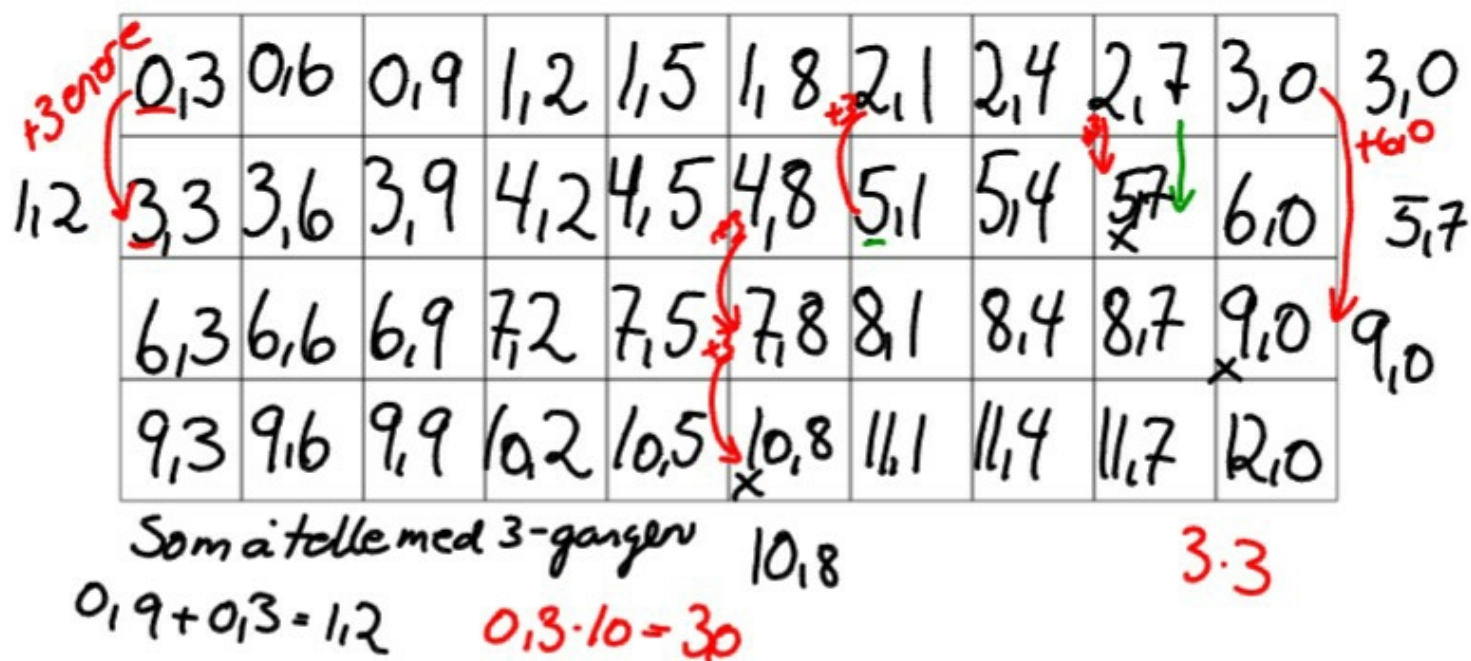
Som introduksjon til tellingen får elevene vite at de skal starte med 0,3 og telle videre med 0,3 om gangen. Gruppen må bli enige om hvordan tallene skal uttales. Det kan oppleves kunstig å si tre tideler – seks tideler – ni tideler – tolv tideler osv. Å telle med tideler fra begynnelsen og til første tierovergang, kan allikevel være en god måte å få fokus på plassering av desimalkomma. Det er viktig å gi elevene mulighet til å utvikle språk for å snakke om de ulike plassverdiene. På denne måten synliggjør vi sammenhengen mellom plassverdiene og hva som skjer i overgangen f.eks. mellom 0,9 og 1,2, og fokusere på at 1,2 er det samme som tolv tideler. Tolv kan sees på som ti pluss to. I dette tilfellet blir det ti tideler og to tideler.

## Utforsking og arbeid

Tellingene starter på 0,3 og vi teller med 0,3 om gangen. For å få fram de faglige målene, skriver vi tallene i rader på 10. Det kan være til hjelp å lage et tomt rutenett på forhånd.

0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0
3,3	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,7	6,0
6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	7,8	8,1	8,4	8,7	9,0
9,3	9,6	9,9	10,2	10,5	10,8	11,1	11,4	11,7	12,0

Etter at elevene har fått litt tid til å tenke ut de to-tre neste tallene, sier de tallene i kor samtidig som læreren skriver tall for tall på tavla. Etter hvert som elevene forklarer, fyller læreren ut tabellen og markerer mønstre og sammenhenger.



Undervegs stopper læreren tellingen og utfordrer elevene med spørsmål knyttet til tellingen. Elevene må beskrive, bruke og begrunne mønstre og sammenhenger de oppdager.

Nedenfor følger forslag til stoppunkter og spørsmål læreren kan stille for å utfordre elevenes resonnement knyttet til mønstre og sammenhenger i tellingen.

#### Stoppunkt 1,2

- Er det noe spesielt som skjer her?
- Hvorfor skjer dette?
- Hvorfor skriver vi tolv tideler som 1,2?

Overgangen fra 0,9 til 1,2 er det sentrale her. Noen elever kan komme med forslaget 0,12. Dersom dette forslaget ikke kommer, kan læreren spørre hvordan en elev som tror det er 0,12 tenker. Videre diskuterer klassen hvorfor det blir tolv tideler og ikke tolv hundredeler, og hvorfor man skriver tolv tideler som 1,2.

#### Stoppunkt 2,1

- Vil vi noen gang treffe et heltall om vi fortsetter å telle med 0,3 om gangen?
- Hvilket tall blir det og når? Hvorfor?

Tre tideler ti ganger er 30 tideler som er det samme som tre enere. Det vil si at tallet 3 er ti ganger større enn tallet 0,3.

#### Stoppunkt 4,2

- Vi har kommet til en ny ener. Når vil det skje neste gang?

- Hvordan vet du det?

Det blir en ny ener mellom 1,8 og 2,1, og dermed blir det en ny ener etter 4,8 siden det enten er tre eller fire tall med samme ener når man teller med 0,3. Det er plass til tre eller fire 0,3-ere på samme ener, avhengig av hvilken tidel en starter med (eksempel: 3,0 – 3,3 – 3,6 – 3,9 og 4,2 – 4,5 – 4,8).

### Stoppunkt 5,1

- Hvilke mønstre ser dere?
- Hvorfor blir det slik?
- Hvordan kan du bruke mønstrene i tabellen til å finne tallene i de tomme rutene? (læreren peker på plassene der 5,7 og deretter 10,8 vil komme)
- Vil vi komme til 6,6? Begrunn.
- Vil vi komme til 8,9? Begrunn.

Også her bør begrunnelsene ta utgangspunkt i strukturen i tabellen - vi teller med 0,3 fra 0,3, og det er ti tall i hver rad.

Eksempler på mulige mønstre:

- Sifferet på tidelsplassen i hver kolonne er det samme.
- Tallet øker med tre enere mellom hver rad.
- Sifferet på tidelsplassen er annet hvert par- og oddetall fordi partall antall tideler blir partall og oddetall antall tideler blir oddetall

### Refleksjon og oppsummering

Sentralt i opplegget er diskusjonen om posisjonssystemet og spesielt sammenhengen mellom 3 og 0,3. Sifferet på tidelsplassen vil være det samme i hver kolonne. Dette kan vi begrunne med at  $0,3 \cdot 10 = 3,0$ . Endringen mellom hver rad blir tre enere og det blir ingen endringer på tidelsplassen. Dette mønsteret kan brukes til å finne tall i neste rad. Man flytter ned sifferet på tidelsplass og ser bare på sifferet på enerplass som er 3 enere større i neste rad.

I høyre kolonne vil 3-gangen dukke opp. Dette synliggjør at 3 –gangen er ti ganger større enn 0,3 – gangen. Elever har kanskje lært noe om å legge til en 0 eller multipliserer sifrene før og etter desimalkomma hver for seg. I stedet for å snakke om å flytte desimalkomma, legge til null og lignende, bør vi heller diskutere posisjonssystemet og verdien til sifrene. Tallet 2 er ti ganger større enn 0,2 og 0,2 er ti ganger større enn 0,02.

### Tilpasset opplæring

Telle i kor er et eksempel på opplegg der tilpasset opplæring inngår naturlig, uten at det er behov for videre organisatorisk eller innholdsmessig tilpasning. Aktiviteten er en helklassediskusjon som går på å telle sammen, se etter mønster som oppstår under tellingen og diskutere dem. Elever kan delta i tellingen ulikt, og

de vil legge merke til ulike mønster. Videre vil elever ha ulike måter å uttrykke mønster og sammenhenger, bruke dem og begrunne dem. På den måten får alle mulighet til å delta ut fra egne forutsetninger og alle får mulighet til å lære mer.

Opplegget ivaretar de sentrale verdiene for tilpasset opplæring.

- **Inkludering** - Arbeid med opplegget foregår i felleskap. Alle elever er invitert til å delta i tellingen og diskusjonen. De får de samme spørsmålene, men spørsmålene er åpne og gir elevene mulighet til å bidra ut fra egne forutsetninger.
- **Variasjon** - Arbeidsformen varierer underveis i opplegget - felles telling, diskusjoner, individuell tenking, parsamtaler. Vi ser mønster og sammenhenger på ulike måter – beskriver dem både muntlig og skriftlig, begrunner dem og bruker dem i videre resonnering. Opplegget utfordrer elevens forståelse samtidig som utgangspunktet (telling) er kjent for elevene fra før og kan gi trygghet.
- **Medvirkning** - Vi stiller åpne spørsmål i opplegget, og elevinnspill har stor betydning for diskusjonen. Hvilke mønster og relasjoner som skal diskuteres er avhengig av innspillene elevene kommer med selv om læreren på forhånd har valgt det faglige målet og en retning for diskusjonen.
- **Erfaringer** - Elevene deltar i tellingen på ulikt vis, og de legger merke til ulike typer mønster og sammenhenger avhengig av deres erfaringer og kompetanse. Alle elevene blir utfordret på å uttrykke sammenhengene de ser mer presist, begrunne dem og bruke dem i videre resonnering. I hvilken grad de lykkes med det er avhengig av deres forutsetninger. Opplegget er åpent nok til at alle kan delta ut fra egne forutsetninger og alle kan lære mer.
- **Relevans** - Opplegget legger til rette for å utvikle forståelse knyttet til posisjonssystemet, desimaltall og regneoperasjoner. Denne forståelsen er viktig for elevens opplevelse av å mestre matematikk. Tilnærmingen gjennom søk etter mønster, resonnering og diskusjon med andre svært verdifull i matematisk arbeid generelt.
- **Verdsetting** - Når elevene teller i kor i helklasse gjør det ikke så mye om noen faller ut av og til eller kanskje ikke er like raske som andre. Telling fortsetter, og alle er en del av den. Diskusjonen i klassen er knyttet til mønster de legger merke til, og det er ikke slik at noen mønster er mer riktige enn andre. På den måten kan alle elevene oppleve at deres deltakelse i aktiviteten og innspill de kommer med er verdifulle.
- **Sammenheng** - Posisjonssystemet og relasjoner mellom tall er sentralt i alle matematiske temaer. Ulike måter å beskrive et mønster eller en sammenheng på, begrunne hvordan dette oppstår og utnytte dette i nye situasjoner, er elementer som er sentrale i alt matematisk arbeid, på tvers av temaer.

For faglig sterke elever kan det å finne matematiske mønstre og videreføre det til andre tall ville være en god videreutvikling. Opplegget kan altså videreutvikles og tilpasses slik at elevene på ulike nivå kan overføre det de har lært i helklasse-økta til andre tall og mønstre, som gruppearbeid eller liknende.

## Eksempel 7: Regning med parenteser og kvadratsetningene

### 8.-10. årstrinn

I dette eksempelet skal elevene multiplisere ut algebraiske uttrykk av typen  $(a+b)(a+b)$ ,  $(a-b)(a-b)$  og  $(a+b)(a-b)$  og se etter mønster og sammenhenger. De bruker kvadratsetningene til å faktorisere algebraiske uttrykk.

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområde *Tal og algebra Eleven skal kunne*

- behandle, faktorisere og forenkle algebrauttrykk, knytte uttrykk til praktiske situasjoner, rekne med formlar, parenteser og brøkuttrykk og bruke kvadratsetningane

### Forslag til læringsmål

Eksemplet tar for seg de delene av kompetansemålet som handler om parenteser og kvadratsetningene. For å bygge opp forståelse om kvadratsetningene bør elevene kunne regne sikkert med parenteser.

Eleven kan

- multiplisere to parentesuttrykk med hverandre
- se at produktet av to like parentesuttrykk danner et mønster, og kunne dette mønsteret utenat
- regne ut uttrykk av typen  $(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$  og  $(a+b)(a-b)$  direkte
- bruke kvadratsetningene til å faktorisere algebraiske uttrykk med to eller tre ledd

### Grunnleggende ferdigheter

Regneferdigheten viser en klar progresjon fra grunnleggende tallbehandling til at elevene bruker kvadratsetningene begge veier. Elevene formulerer regler for kvadratsetningene, både muntlig og skriftlig. De diskuterer forslagene i klassen og setter opp formler med matematiske symboler. Elevene leser og forstår formlene for kvadratsetningene.

### Forkunnskaper og introduksjon:

Elevene bør kunne regne med, og trekke sammen bokstavuttrykk med parenteser. De bør kunne multiplisere sammen to parenteser med to ledd.

### Utforsking og arbeid

Elevene utforsker og leter etter mønster og sammenhenger i algebraiske uttrykk. Be elevene multiplisere ut parentesene slik de har lært før, og trekke sammen uttrykkene nedenfor. I denne delen arbeider elevene individuelt.

$$(x+2)^2 = (x+2)(x+2) =$$

$$(2x+3)^2 = (2x+3)(2x+3) =$$

$$(x+b)^2 = (x+b)(x+b) =$$

$$(a+3)^2 = (a+3)(a+3) =$$

(og flere lignende stykker)

Elevene sitter sammen i par. Oppdrag til elevene:

- Se nøye på alle svarene dere har fått. Hva er felles for alle svarene?
- Se nøye på leddene i parentesen og sammenligne dem med leddene i de svarene du har kommet fram til etter sammentrekning av like ledd. Beskriv denne sammenhengen med egne ord.
- Prøv sammen å formulere en regel som beskriver sammenhengen.
- Lag en formel for uttrykket  $(a+b)^2$  ut fra reglen dere har funnet. Denne formelen kalles FØRSTE KVADRATSETNING.

Noen elever kan trenge litt hjelp for å komme i gang. Her er noen forslag til spørsmål for dem:

- Hvor mange ledd blir det i svaret?
- Se på koeffisienten foran leddene i svaret og sammenlign med leddene i de opprinnelige parentesene. Ser du noen sammenheng?

Gjenta samme opplegg med andre kvadratsetning og tredje kvadratsetning (konjugatsetningen).

### Oppsummering og refleksjon

Diskuter ulike forslag fra elevene, og kom i fellesskap fram til sammenhengen:  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

Beskrevet med ord: Kvadratet av første ledd, pluss det dobbelte produktet av første og andre ledd, pluss kvadratet av andre ledd.

Tilsvarende for andre og tredje kvadratsetning.

Presiser for elevene at fra nå av bør de bruke kvadratsetningene direkte, uten å multiplisere sammen på "gamle måten".

La elevene øve masse på kvadratsetningene før du fortsetter med det som står nedenfor.

Gjør lignende opplegg for å kunne bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk. Hjelp dem i gang med å finne ut hvordan de kan sjekke om et treleddet uttrykk er en kvadratsetning. For eksempel:  $x^2 - 12x + 36$

Dette kan være en kvadratsetning. Da må det i så fall være andre kvadratsetning, fordi det står minus foran  $12x$ .  $\sqrt{36} = 6$ , så da KAN det være  $(x-6)^2$ . Vi må sjekke det midterste leddet. Hvis det er  $2x6x$  så stemmer det.

Det er det! Men NB! Du bør prøve å få elevene til å tenke ut dette ved å bruke mønstrene de oppdaget i aktiviteten over.

Hvis du har elever som ikke klarer å se dette mønsteret, kan de få fortsette med å øve på å multiplisere ut parentesene på "den gamle måten". De kan også få alternative oppgaver til faktorisering av typen:

- $x^2+3x = x(x+3)$
- $4x - 2 = 2(2x - 1)$
- $3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$

## Underveisvurdering

I teksten over gir vi forslag om hvordan opplæringen kan tilpasses elever som trenger lengre tid for å nå læringsmålene. Å bruke kvadratsetningene motsatt vei kan by på store utfordringer for enkelte elever. For å kartlegge om elevene kan bruke kvadratsetningene begge veier, kan du bruke korte tester.

Her foreslår vi å bruke kjennetegn på høy måloppnåelse som vurderingsgrunnlag.

Eleven kan

- multiplisere sammen to parenteser
- bruke kvadratsetningene raskt og effektivt, begge veier
- avgjøre om det er mulig å faktorisere uttrykk med to og tre ledd ved hjelp av kvadratsetningene, og kunne gjøre det hvis det er mulig

## Eksempel 8: Potenser

### Vg1, 1T

I dette eksempelet arbeider elevene med potenser med eksponent 0, negative eksponenter og brøkeksponenter gjennom utforsking og ulike tilnærminger. Elevene lager tankekart for å vise alle reglene for potensregning. De lager oppgaver selv og spiller «midt i blinken».

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområde *Tal og algebra* Eleven skal kunne

- rekne med rotuttrykk, potensar med rasjonal eksponent og tal på standardform, bokstavuttrykk, formlar, parentesuttrykk og rasjonale og kvadratiske uttrykk med tal og bokstavar, faktorisere kvadratiske uttrykk, bruke kvadratsetningane og lage fullstendige kvadrat

### Forslag til læringsmål



Her tar vi for oss den delen av kompetansemålet som omfatter potenser med rasjonal eksponent.

Eleven kan

- bruke kjente regneregler for potenser til å forstå at det går an å utvide reglene slik at de gjelder når eksponenten er 0, et negativt tall eller en brøk
- bruke regnereglene for potenser for alle typer rasjonale tall (hele tall og brøker)

### Grunnleggende ferdigheter

Progresjonen i regneferdigheten går fra grunnleggende regning med heltallige og positive eksponenter til å kunne regne med potenser for alle typer rasjonale tall. Elevene forklarer reglene. De leser oppgavetekst og skriver oppgaver. Progresjonen i muntlige og skriftlige ferdigheter og i leseferdigheter består i at elevene forstår og bruker mer avanserte matematiske symboler og begreper.

### Forkunnskaper og introduksjon

Elevene bør kjenne potensnotasjonen og forstå hva det betyr. De bør kunne bruke regnereglene for potenser med positive heltallige eksponenter og forklare hvorfor

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2.  $a^m/a^n = a^{m-n}$

3.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Hvis du starter med å bruke talleksemples, vil flere elever kunne forklare reglene. For eksempel:

- $2^3 \cdot 2^4 =$
- $3^5/3^2 =$
- $(4^2)^3 =$

Deretter velger du en bokstav som grunntall og ber dem forklare. Til slutt bør elevene forklare de generelle reglene foran.

### Utforsking og arbeid

#### Del 1:

Utvidelse av potensbegrepet, eksponent 0.

Be elevene regne ut  $5^3/5^3$  på to måter, først ved å regne ut tallene i telleren og nevneren og forkorte og deretter ved å bruke potensreglene for divisjon.

Elevene vil komme fram til at den første metoden gir svaret 1, mens den andre gir svaret  $5^0$ .

Hvordan tolker vi dette?

Prøv med andre eksempler, med andre grunntall og eksponenter, både tall og bokstaver. Be elevene forklare hva de kommer fram til.

- Hvilke svar gir de to metodene?
- Hva er likt hver gang, og hva er forskjellig?

Elevene vi si at første metode gir 1 til svar, mens andre metode gir ulike grunntall med eksponent 0.

Forklar for elevene: Matematikere vil at potensreglene skal gjelde. Hvordan kan dette løses? Matematikere løser det ved å si: Vi bestemmer at ethvert tall opphøyd i 0 skal være 1. Dette er en DEFINISJON, til forskjell fra potensreglene dere har lært før. De FØLGER av definisjonen på en potens.

## Del 2:

Utvidelse av potensbegrepet, negative eksponenter.

Be elevene regne ut  $5^2/5^4$  på to måter, først ved å regne ut tallene i telleren og nevneren og forkorte og deretter ved å bruke potensreglene for divisjon.

Elevene vil komme fram til at den første metoden gir svaret  $1/5^2 = 1/25$ , mens den andre gir svaret  $5^{-2}$ .

Hvordan tolker vi dette?

Prøv med andre eksempler, med andre grunntall og eksponenter, både tall og bokstaver. Be elevene forklare hva de kommer fram til.

- Hvilke svar gir de to metodene?
- Hva er likt hver gang, og hva er forskjellig?

Elevene vi si at grunntallet og eksponenten har samme tallverdi i de to metodene, men den ene gir en brøk med teller 1, og den andre gir en potens med negativ eksponent.

Forklar for elevene: Matematikere vil at potensreglene skal gjelde. Hvordan kan dette løses? Matematikere løser det ved å si: Vi bestemmer at ethvert tall opphøyd i et negativt tall skal bety 1 delt på den samme potensen med tilsvarende positivt tall i eksponenten. Igjen er dette en DEFINISJON, til forskjell fra potensreglene dere har lært før. De følger av definisjonen på en potens.

## Del 3:

Utvidelse av potensbegrepet, brøkeksponenter.

Spør elevene: Hvordan kan vi gi uttrykket  $4^{1/2}$  noen mening?

Hvis dette tallet opphøyes i 2, kan vi bruke potensregelen vi kan fra før:

$$(4^{1/2})^2 = 4^{1/2 \cdot 2} = 4^1 = 4$$

$$\text{eller } (4^{1/2})^2 = 4^{1/2} \cdot 4^{1/2} = 4^{1/2+1/2} = 4^1 = 4$$

Hvilket tall kan  $4^{1/2}$  være da? Det må være et tall som opphøyd i andre er 4. Men det er jo  $\sqrt{4}$  (som er 2)!

Gjør tilsvarende med andre grunntall. Bli enige med elevene om at da må det være riktig å definere  $a^{1/2}$  til å bety det samme som  $\sqrt{a}$ .

På tilsvarende måte kan elevene være med på å opphøye 4 i  $1/3$ ,  $1/4$  og så videre, og se at den naturlige definisjonen er

$$a^{1/n} = n\sqrt{a}$$

Nå kan elevene bruke potensreglene til å se at

$$a^{m/n} = (a^m)^{1/n} = n\sqrt{a^m}$$

### Refleksjon og oppsummering

La elevene øve på mange oppgaver med positive, negative og rasjonale eksponenter skrevet på potensform og som rotuttrykk. Etter hvert kan de få sammensatte oppgaver der reglene kombineres. Noen elever vil trenge enklere oppgaver der de bare kan gjøre om mellom ulike uttryksformer, for eksempel

$$a^{-3} = 1/a^3$$

$$3x^0 = 3$$

$$b^{1/2} = \sqrt{b}$$

Elevene arbeider sammen to og to og lager en oversikt/et tankekart med regler og eksempler. La elevene bidra til et felles tankekart på tavla.

Nå kan elevene lage oppgaver selv og spille «Midt i blinken» med terninger. Da vil de ikke lage vanskeligere oppgaver enn de selv kan løse, slik at dette automatisk vil gi differensiering i forhold til elevenes nivå.

Beskrivelse av spillet: Kast fem terninger med to ulike farger. Den ene fargen skal gi positive tall og den andre negative. Bruk tallene som grunntall eller eksponenter, og alle skal brukes en gang. Lag regnestykker eller potensuttrykk som skal være nærmest mulig 10.

### Underveisvurdering

Elevene kan teste seg selv når de spiller «midt i blinken». Du bør observere elevene og se hvem som trenger mer oppfølging. Her foreslår vi å bruke kjennetegn på høy måloppnåelse som vurderingsgrunnlag.

Eleven kan

- regne med potenser med heltallige og rasjonale eksponenter
- forklare potensreglene og definisjonene av potenser

## Eksempel 9: Tall og algebra

### Vg1, 1P-Y

I dette eksempelet arbeider elevene med tekster som inneholder tall og matematiske problemstillinger. Elevene arbeider sammen i par for å tolke tekstene og finne egnede grafiske framstillinger som de kan presentere for klassen.

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Hovedområde *Tal og algebra Eleven skal kunne*

- gjøre overslag over svar, rekne praktiske oppgaver, med og utan digitale verktøy, presentere resultatene, og vurdere kor rimelege dei er
- tolke, bearbeide, vurdere og diskutere det matematiske innhaldet i skriftlege, munnlege og grafiske framstillingar.

### Forslag til læringsmål

Kompetansemålene er konkretisert i følgende læringsmål.

Eleven kan

- lese en tekst med matematisk innhold og hente ut viktig informasjon
- systematisere informasjon og presentere den på en ryddig måte ved å bruke tabeller, grafer, diagram o.l.
- vurdere om egne framstillinger er hensiktsmessige
- regne overslag med store tall

### Grunnleggende ferdigheter

Regneferdigheten utfordres her ved at eleven regner praktiske oppgaver. Elevene leser tekster, forklarer innholdet og henter ut relevant informasjon som de bruker matematisk. De presenterer resultatene digitalt ved bruk av grafiske verktøy.

### Forkunnskaper og introduksjon

Elevene har mye erfaring med statistikk fra grunnskolen. De har blitt introdusert for søylediagram og har

laget tabeller. La elevene bruke Internett og finne eksempler på aktuelle grafiske framstillinger, og så presentere fremstillingene for hverandre.

## Utforsking og arbeid

La elevene arbeide i par og del ut følgende tekst til elevene.

Agate arbeider i entreprenørselskapet A/S Asfalt som bygger motorvei.

På spørsmål om framdriften sier hun: "Det går litt i rykk og napp etter tildeling av penger. I 2006 bygde vi 9 km, de to neste årene bygde vi 6 km og 10 km. I 2009 bygde vi ikke noe, mens vi i 2010 og 2011 bygde henholdsvis 5 km og 7 km. I fjor, 2012, bygde vi 3 km."

Framstill informasjonen på en oversiktlig måte.

Utfordringer til elevene:

- Forklar med egne ord hva Agate uttaler seg om.
- Er det ord i teksten dere ikke forstår?

Oppgaven til elevene er å framstille informasjonen i teksten på en mer oversiktlig måte. Elevene diskuterer i par. Oppfordre dem til å tenke på hvorfor de kan framstille informasjonen i teksten på en annen måte. Målet er at leseren lettere kan få oversikt over resultatene. Hvilke alternativer kan de tenke seg å bruke?

Hvis gruppene ikke kommer fram til at de vil presentere resultatene i en tabell, kan du gi dem i oppdrag å gjøre dette. Oppfordre dem til å bruke et digitalt verktøy for å lage tabellen.

Hvert par bruker deretter et digitalt verktøy for å lage to ulike diagrammer (for eksempel linjediagram og søylediagram) som framstiller innholdet i teksten. Spørsmål til diskusjon i gruppene og deretter i hele klassen:

- Hva er hensiktsmessige enheter og benevning på aksene?
- Hvilken akse bør velges som tidsakse?

Etter at de har arbeidet med dette en stund, kan ulike framstillinger vises i plenum. Elevene forklarer hva framstillingene deres viser.

## Oppsummering og refleksjon

Etter at elevene har laget diagrammene, bør elever og lærer sammen vurdere om framstillingene av resultatene er riktige. Oppmuntre elevene til å se på søylen for 2007 og sammenlign den med søylen for 2012. La elevene få tid til å oppdage og erfare at søylen for 2007 skal være dobbelt så høy som søylen for 2012.

## Forslag til utvidelse

La eleven innhente opplysninger om kostnader knyttet til veibygging, og gjøre overslag over hvor mye motorveitbyggingen har kostet fra 2006-2012. Når elevene selv gjør undersøkelser og henter inn data, er det naturlig at de arbeider i grupper. Da kan de diskutere hva slags opplysninger de trenger, og hvordan de kan brukes i beregninger. Pass på at elevene får arbeidsoppgaver som er tilpasset deres nivå.

## Underveisvurdering

Vi har foreslått læringsmål på høyt nivå.

Elevene kan

- oversette fra tekst til matematiske uttrykksformer på en hensiktsmessig måte
- forklare egne og andres framstillingsmåter, og ta stilling til om de er hensiktsmessige
- gjøre overslag med store tall

## Eksempel 10: Eksponensiell og lineær vekst

### Vg2, 2P

I dette eksempelet arbeider elevene med praktiske eksempler for å finne vekstfaktoren. De setter opp en formel for vekst og regner med eksponensiell vekst.

### Kompetansemål det blir arbeidet med

Kompetansemål til dette opplegget er hentet fra hovedområdet tal og algebra og hovedområdet *modellering*.

2P Hovedområde tal og algebra i praksis Eleven skal kunne

- rekne med prosent og vekstfaktor, gjøre suksessive renteberegningar og rekne praktiske oppgaver med eksponensiell vekst

2P Hovedområde modellering Eleven skal kunne

- analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar

### Forslag til læringsmål

Dette opplegget tar utgangspunkt i deler av kompetansemålene. Vi har foreslått følgende læringsmål.

Eleven kan

- bruke vekstfaktor i prosentregning og finne ny eller opprinnelig verdi etter en eller flere prosentvise endringer
- regne med eksponentiell vekst
- kjenne igjen og forklare lineære og eksponentielle sammenhenger i praktiske situasjoner
- beskrive lineære og eksponentielle sammenhenger ved hjelp av matematiske modeller på formen  $f(x) = ax+b$  og  $f(x) = a \cdot b^x$

## Grunnleggende ferdigheter

Progresjonen i regneferdighet kommer til uttrykk i at elevene bruker potensregning på praktiske problemstillinger og lager matematiske modeller. Elevene leser og forstår tabeller. De forklarer sammenhenger både skriftlig og muntlig. Elevene bruker digitale verktøy til å fremstille lineære og eksponentielle sammenhenger.

## Forkunnskaper og introduksjon

Be elevene komme med eksempler på en situasjon der noe endrer seg med en fast verdi over tid (lineær vekst). Repeter hva en vekstfaktor er, og utfordre elevene til å komme med eksempler der vekstfaktoren er brukt. For eksempel: Verdien på en bolig har økt med 5 %. Hvordan kan vi finne ut hvor mye boligen er verdt nå? Hvis ingen elever foreslår å multiplisere med 1,05, kan du spørre om det går an å regne det ut direkte. Utfordre elevene på samme måten med en moped som synker i verdi med 8 %. Minn elevene på at dette heter vekstfaktor.

## Utforsking og arbeid

Tabellen nedenfor viser hvordan verdien av en VW Passat, som var ny i 2009, endret seg i perioden 2009-2013.

Årstall	2009	2010	2011	2012	2013
Pris	350000	297500	252875	214944	182702

Gi elevene i oppgave å se på tallene og undersøke hvilken type utvikling dette er. Bruk gjerne digitale verktøy til å plote punktene i et koordinatsystem for å sjekke om dette er en lineær utvikling. De vil da se at verdien ikke synker med et fast beløp, så dette er ingen lineær utvikling. Da kan de undersøke om det er eksponentiell endring. Hvordan kan vi gjøre det? Oppfordre elevene til å diskutere sammen og komme med forslag. Hint: De kan beregne prosentvis endring fra år til år for å finne ut om endringen er eksponentiell. For eksempel:  $297500 : 350000 = 0,85$ . Hvis det blir tilnærmet samme prosentvis endring hvert år, betyr det at verdien synker eksponentielt.

Regn ut hva verdien til bilen vil være

- i 2014
- når den er 10 år gammel

Går det an å sette opp en formel for hvor mye bilen er verdt etter  $x$  år? Undersøk om formelen stemmer for 2014, og når bilen er 10 år gammel.

Videre arbeid - Bruk digitalt verktøy til å finne en tilsvarende matematisk modell (regresjon).

## Oppsummering og refleksjon

Les denne teksten for elevene: Farmoren til Daniel gir ham kr 20 000 som en engangssum i 10-årgave. Dette er forskudd på arv, så pengene er låst til han er 20 år. Renten er 5 % pr år.

Gi elevene følgende utfordringer som de kan diskutere i grupper og presentere løsningene på.

- Hvorfor øker en størrelse med 5 % når vi multipliserer med 1,05? (For eksempel  $100 \% + 5 \% = 105 \% = 1,05$ )
- Hvorfor avtar en størrelse med 8 % når vi multipliserer med 0,92? ( $100 \% - 8 \% = 92 \% = 0,92$ )
- Hvordan kan vi regne hvis en størrelse øker med 5 % flere ganger?
- Se på problemstillingen over. Hvor mye har Daniel i banken etter 20 år?
- "På sparekontoen til Eva står det nå 15 850 kr. Renta har ligget fast på 3 %. Hvor mye hadde hun på kontoen for 5 år siden?"
- Hvorfor dividerer vi med vekstfaktor?
- Hva kjennetegner eksponentiell vekst?
- Hva er forskjellen mellom eksponentiell vekst og lineær vekst som elevene arbeidet med i 1P (og vil arbeide mer med i forbindelse med modellering i 2P)?
- Kjenner vi andre eksempler på lineær og eksponentiell vekst? La gjerne elevene først gå sammen to og to. Be dem komme med eksempler.
- Hvordan kan vi avgjøre ut fra et datamateriale om en størrelse endrer seg eksponentielt eller lineært?

Arbeid gjerne også med å få fram typiske misoppfatninger:

- Hvorfor koster ikke en vare det samme som før dersom prisen først blir satt opp med 10 % og senere satt ned igjen med 10 %?
- Hvorfor har han ikke  $20\,000 + 20 \times 50$  kroner i banken etter 20 år?
- Hvorfor bruker vi ikke 0,95 som vekstfaktor når vi skal regne ut hvor mye vi hadde i banken for fem år siden?

Elever som ikke klarer å forklare dette matematisk, kan bruke lommeregner eller regneark til å finne svarene på flere måter. Elever som har problemer med generalisering, kan velge tall selv, eller du kan foreslå tall som



de kan teste ut påstandene på.

Elever som lett kan forklare dette, kan utfordres til å skrive forklaringene kortfattet, og med riktige matematiske begreper, symboler og uttrykk. De kan også utfordres til å formulere påstandene nedenfor generelt.

## Underveisvurdering

Her foreslår vi å bruke kjennetegn på høy, middels og lav måloppnåelse som vurderingsgrunnlag.

Lav måloppnåelse	Middels måloppnåelse	Høy måloppnåelse
Eleven <ul style="list-style-type: none"><li>• regner med prosent og bruker vekstfaktor i noen sammenhenger</li><li>• bruker standardiserte metoder for å bestemme lineære og eksponentielle modeller og gjør beregninger i forhold til lineær og eksponentiell vekst i ferdig oppstilte standard oppgaver</li></ul>	Eleven <ul style="list-style-type: none"><li>• regner med prosent og bruker vekstfaktor i de fleste sammenhenger hvor dette er hensiktsmessig</li><li>• bestemmer lineære og eksponentielle modeller og kjenner i noen grad igjen og regner med lineær og eksponentiell vekst</li></ul>	Eleven <ul style="list-style-type: none"><li>• regner med prosent, kan gjøre rede for og bruker vekstfaktor med sikkerhet</li><li>• kan bestemme lineære og eksponentielle modeller, kan kjenne igjen, argumentere for, regne med og er bevisst på hva som kjennetegner lineær og eksponentiell vekst</li></ul>

## 6 Idébank

I dette kapitlet finner du flere mindre eksempler på aktiviteter med elevene i matematikktimene. For mer detaljerte undervisningsopplegg, se lenkesamling i kapittel 5.

### Kompetansemål etter 2. årstrinn

Eleven skal kunne

- telje til 100, dele opp og byggje mengder opp til 10, setje saman og dele opp tiargrupper opp til 100, og dele tosifra tal i tiarar og einarar

1. Del ut 10 gjenstander. Be elevene telle gjenstandene og dele dem i to hauger. Be elevene telle hvor mange det er i hver haug. Spør hvor mange det er til sammen i de to haugene. Observer om elevene teller, eller om de med en gang forstår at det er 10 og derfor ikke behøver å telle. Be elevene skrive regnestykket for summen av gjenstandene, for eksempel  $3 + 7 = 10$ . Gjenta mange ganger. Etter hvert kan gjenstandene fordeles i flere hauger.
2. La to og to arbeide sammen. Bruk 10 små gjenstander og pappkrus. Den ene eleven gjemmer noen av gjenstandene under pappkruset. Den andre eleven sier hvor mange som er gjemt. Gjenta mange ganger, og bytt roller.
3. Spill brettspill med terning fra 0 til 9. Den som kaster terningen, skal flytte "tiervennen til det tallet som terningen viser". Hvis noen har behov for det, kan de bruke 10 tellebrikker eller annet materiell som hjelpemiddel.

### Kompetansemål etter 4. årstrinn

Eleven skal kunne

- kjenne att, eksperimentere med, beskrive og vidareføre strukturar i talmønster
1. Elevene eksperimenterer ved å bytte om på rekkefølgen på tallene som skal adderes eller multipliseres, og sammenligne resultatene. La dem sette ord på sine oppdagelser. Går det an å bytte om når vi subtraherer? Kanskje noen oppdager at tallverdien i svaret blir den samme, men at svaret blir negativt i det ene tilfellet. De algebraiske lovene elevene oppdager med slike øvelser, er  $a + b = b + a$   $a \cdot b = b \cdot a$   $a - b = -(b - a)$
  2. Elevene forklarer sine hoderegningsstrategier:
    - "Hvordan tenker du når du regner ut  $29 + 16$ ?" Kanskje noen sier:  $29 + 16 = 30 + 15 = 45$ . Algebraisk er dette:  $a + (b + c) = (a + b) + c$
    - "Hvordan tenker du når du regner ut  $43 - 19$ ?" Kanskje noen sier:  $43 - 19 = 44 - 20 = 24$  Algebraisk er dette:  $a - b = (a + 1) - (b + 1)$
    - "Hvordan tenker du når du regner ut  $6 \cdot 5$ ?" Kanskje noen sier:  $6 \cdot 5 = (6 \cdot 10) : 2$  Algebraisk er dette:  $a \cdot b = (a \cdot 2b) : 2$
    - "Hvordan tenker du når du regner ut  $6 \cdot 7$ ?" Kanskje noen sier:  $6 \cdot 7 = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 2 = 30 + 12 = 42$  Algebraisk er dette:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Ved å oppmuntre elevene til skriftlig hoderegning (den delen som er vist ovenfor uten bokstaver), vil de lettere kunne forstå at bokstavregning er en generalisering av hoderegning. Dette vil elevene starte med på ungdomstrinnet.

### Kompetansemål etter 7. årstrinn

Eleven skal kunne

- utforske og beskrive strukturar og forandringar i geometriske mønster og talmønster med figurar, ord og formlar
- beskrive referansesystemet og notasjonen som blir nytta for formlar i eit rekneark, og bruke rekneark til å utføre og presentere enkle berekningar

Elevene kan trene på å lage enkle formler i regneark, for eksempel multiplikasjonstabeller.

Her er 6-gangen:

	A	B	C
1	Ledd nr	6 - gangen	
2	1	6	
3	2	12	
4	3	18	
5	4	24	
6	5	30	
7	6	36	
8	7	42	
9	8	48	
10	9	54	
11	10	60	

Eller to mer enn 5-gangen:

	A	B	C
1	Ledd nr	To over 5-gangen	
2	1	7	
3	2	12	
4	3	17	
5	4	22	
6	5	27	
7	6	32	
8	7	37	
9	8	42	
10	9	47	
11	10	52	

Når elevene har laget regnearket, kan de få oppgaver som viser at de kan lese av regnearket, for eksempel hvor mye er  $4 \cdot 5 + 2$ ?

### Kompetansemål etter 10. årstrinn

Eleven skal kunne

- rekne med brøk, utføre divisjon av brøkar og forenkle brøkuttrykk

Begynn med hele tall dividert med brøk. Del ut et 3 meter langt tau til elevene.

Hvor mange taustumper blir det hvis tauet deles i taustumper på  $1/4$  meter?

Når elevene gjør dette i praksis, vil de se at det blir 12 taustumper. Dette er målingsdivisjon. Utfordre elevene til å skrive regnestykket:

$$3:1/4 = 12, \text{ det samme som } 3 \cdot 4$$

Gi elevene en beholder med 2 liter vann. Del ut kartonger som rommer  $1/3$  liter.

Hvor mange kartonger kan de fylle? De vil se at det blir 6 kartonger. Elevene bør igjen få i oppdrag å skrive regnestykket med symboler:

$$2:1/3 = 6, \text{ altså det sammen som } 2 \cdot 3$$

Hva om elevene fyller vann på flasker som rommer  $2/3$  liter? Da må de dividere 6 med 2, siden det går 2 små oppi en stor. Regnestykket blir

$$2 : 2/3 = 2 \cdot 3/2 = 3$$

Etter slike øvelser blir det ikke så mystisk med regneregelen  $a/b : c/d = a/b \cdot d/c$

### Kompetansemål etter 10. årstrinn

Eleven skal kunne

- samanlikne og rekne om mellom heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform, uttrykkje slike tal på varierte måtar og vurdere i kva for situasjonar ulike representasjonar er formålstenelege

Lag loop-kort:

Små lapper som består av «to deler»: en del med oppgavetekst, samt et svar på en oppgave fra et annet kort. Del ut et kort til hver elev. En elev starter med å lese opp sin oppgave. Eleven som har svaret på sitt kort, roper ut svaret, og leser deretter sin oppgave.

Eksempel på kort:

Verdien av	270
brøken	
$4/5$ i prosent	

Brøken $1/3$	80
som	%
desimaltall	

Verdien av	3,33
tallet	
$2,7 \times 10$	

Mulighet for differensiering ved at læreren gir kort med svaret på en «lett oppgave» til enkelte elever.

### Kompetansemål etter 10. årstrinn

Eleven skal kunne

- løse likningar og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjende, og bruke dette til å løse praktiske og teoretiske problem

Eksempel: Håvard panter store og små flasker for 80 kr. Han får 1 kr for små flasker og 2,50 kr for store flasker. Til sammen panter han 50 flasker. Hvor mange flasker er det av hver størrelse?

Ved prøving og feiling bruker vi gjerne en tabell. Tabellen hjelper elevene til å arbeide systematisk med å løse en oppgave.

Store flasker	Små flasker	Sum til sammen	Antall flasker til sammen	Løsning?
10	40	$10 \cdot 2,50 + 40 \cdot 1 = 65$	50	Nei
15	35	$15 \cdot 2,50 + 35 \cdot 1 = 72,50$	50	Nei
20	30	$20 \cdot 2,50 + 30 \cdot 1 = 80$	50	Ja

En del elever kan sette opp to ligninger med to ukjente ut fra en praktisk situasjon eller en tekst.

Ligningene vil bli:  $x + y = 50$  og  $2,5x + 1y = 80$

Elevene bør også få trening i å gå motsatt vei. Du kan lage en tekstoppgave eller en praktisk situasjon til disse ligningene:

$4x + 3y = 90$  og  $6x + 5y = 140$

Eksempel: 4 is og 3 sjokolader koster 90 kr, mens 6 is og 5 sjokolader koster 140 kr.

Elevene kan arbeide med en grafisk løsning i forbindelse med lineære funksjoner. For elever som liker å lære gjennom visualisering, vil en løsning i koordinatsystemet være klargjørende. Elevene kan gjerne bruke egnet programvare til den grafiske løsningen, for eksempel GeoGebra eller andre dynamiske geometriprogrammer.

## Kompetansemål etter 10. årstrinn

Eleven skal kunne

- løyse likningar og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjende, og bruke dette til å løyse praktiske og teoretiske problem

I praktiske sammenhenger har elevene møtt situasjoner der de skal avgjøre når noe er større eller mindre enn noe annet. Å formalisere det med et uttrykk og/eller tall på hver side av et ulikhetstegn, kan imidlertid være nytt. Derfor kan elevene først arbeide med ulikheter der den ukjente får positivt fortegn, slik at de slipper å skifte retning på ulikhetstegnet.

Løsningene kan vises på en tallinje eller i et koordinatsystem. Et praktisk eksempel på en ulikhet kan være:

Hege tjener 85 kr per time. Hun vil kjøpe en sykkel og har 3500 kr i banken. Hun må ha minst 6000 kr for å kjøpe sykkelen. Hvor mange timer må hun arbeide?

$$85 \cdot x + 3500 > 6000$$

Når ulikhetene har flere ledd, parenteser og brøker, vil elevene erfare at ulikhetstegnet snur når de multipliserer eller dividerer med et negativt tall.

I eksemplet  $-2x > 8$  vil ulikhetstegnet snus når elevene dividerer med  $-2$ .

For å forstå at det er riktig, kan elevene sette opp en ulikhet, for eksempel  $-2 < 3$ , og multiplisere med et negativt tall, for eksempel  $-1$ . De ser da at ulikhetstegnet må snus for at ulikheten fortsatt skal stemme ( $2 > -3$ ).

Løsning av ulikheter kan også vises i koordinatsystemet ved å bruke for eksempel geometriprogrammet GeoGebra ( $2x - 5 > 4x + 9$ ). Elevene kan også sette opp en ulikhet ut fra en praktisk situasjon og finne en praktisk situasjon som passer til en ulikhet.

## Kompetansemål etter 10. årstrinn

Eleven skal kunne

- behandle, faktorisere og forenkle algebrauttrykk...

Elevene bør kunne faktorisere tall for å finne fellesnevneren. Nå skal de faktorisere tall og variabler. Et eksempel kan være

$$8a + 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a + 2 \cdot 3 = 2(4a + 3)$$

I oppgaver der den ene faktoren settes utenfor parentesen, vil mange elever kunne streve med å finne ut hva som står igjen inne i parentesen. Et eksempel er  $4x + 2 = 2 \cdot 2 \cdot x + 2 = 2(2x + 1)$

Elevene bør multiplisere faktoren utenfor parentesen inn i parentesen for å sjekke at svaret blir riktig. Å multiplisere et tall inn i en parentes kan også vises geometrisk. Ved å gjøre denne kontrollen erfarer elevene begrunnelsen for regelen om å multiplisere hvert ledd inni parentesen med faktoren utenfor.

Etter hvert kan elevene gå videre til å vise hvordan faktorisering for å forkorte brøker med flere ledd i teller (og nevner):

$$6x+12/3 = 2 \cdot 3(x+2)/3 = 2(x+2)$$

$$9a+3/12a+4 = 3(3a+1)/4(3a+1) = 3/4$$

### Kompetansemål etter 1T

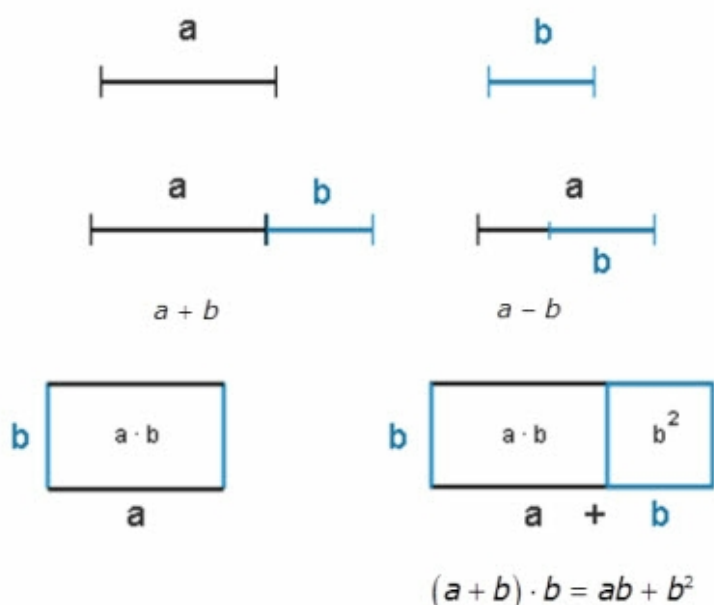
Eleven skal kunne

- regne med... bokstavuttrykk... parentesuttrykk, faktorisere kvadratiske uttrykk...

La elevene uttrykke regnereglene med ord, og diskutere sammenhenger mellom bokstavregning og tallregning. Oppmuntre elevene til å kontrollere rimeligheten av svarene ved å erstatte bokstavene med talleksempel.

Det finnes algebrabrikker som kan brukes til å illustrere regnereglene. Alternativt kan elevene lage og tolke illustrasjoner bygget på addisjon som summering av linjestykker og multiplikasjon som areal.

Eksempel:  $(a+b) \cdot b = ab + b^2$



### Kompetansemål etter 1P:

Eleven skal kunne

- gjere overslag over svar...

For å få oversikt over elevenes kompetanse kan du stille en rekke spørsmål om måltall. Begynn med konkrete eksempler.

- Hvor langt er det mellom Oslo og Stockholm, i kilometer og i meter?
- Hvor mye veier en bil, i kilo og i tonn?
- Hvor mange meter bord trengs for å dekke en husvegg?

Skriv deretter en rekke måltall som kan være avstander, mengde, vekt og liknende. Elevene kan diskutere hva disse tallene kan være måltall for. Varier områdene som måltallene hentes fra.

Finn situasjoner fra dagliglivet der det er naturlig å gjøre overslag.

- Sparer jeg mest tid på å gå, sykle eller ta bussen til skolen? Hva må jeg ta hensyn til?
- Hvor mye koster det å være medlem av et helsestudio? Hvor mange ganger må jeg gå dit per uke for at det skal koste under 100 kroner hver gang? Hvor mange ganger må jeg gå dit for at det skal koste under 50 kroner hver gang?

Hvor mye ville det koste for meg å ta en skiferie i Åre i forhold til å dra til Alpene?

### **Kompetansemål etter 1P:**

Eleven skal kunne

- behandle proporsjonale... storleikar i praktiske samanhengar

Elevene kan se på tabeller over valutakurser og priser i ulike valutaer. Be elevene diskutere i grupper hvordan sammenhengene mellom prisene er, og hvordan de kan regne om mellom valutaer. Gjør tilsvarende med oppskrifter, målestokk og liknende.

Utfordring til elevene:

- Hva er felles for alle disse størrelsene?
- Hvordan er sammenhengen mellom tallene?

Innfør etter hvert begrepet proporsjonalitet og proporsjonale størrelser.

### **Kompetansemål etter 2P:**

Eleven skal kunne

- rekne med potensar...

Lag to sett med lapper, der det ene settet er potensuttrykk, og det andre settet er tall som svarer til potensuttrykkene.



Elevene finner tallene og uttrykkene som hører sammen.

## 7 Støttmateriell

Her har vi samlet lenker til ulike typer tekster som er relevante for arbeidet med matematikk i opplæringen. Det egner seg godt å lese tekstene sammen med eksemplene. Tekstene reflekterer blant annet rundt didaktisk teori knyttet til eksemplene, gir tips til differensiering, beskriver prinsipper rundt innføring av nye begreper, hvordan vurdering kan tenkes inn i eksemplene og naturlig progresjon innenfor tallforståelse.

- [Undervisningsopplegg for grunnskolen, Matematikksenteret](#)
- [Undervisningsopplegg for videregående opplæring, Matematikksenteret](#)
- [Alle Teller! – håndbok om tall og tallforståelse](#)
- [fyr.ndla.no](http://fyr.ndla.no)